

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

ENERGETICKÝ ÚSTAV

Odbor fluidního inženýrství Victora Kaplana

Ing. Lubomír Soukup

**ANALÝZA PROUDĚNÍ V POTRUBÍ KRUHOVÉHO I
NEKRUHOVÉHO PRŮŘEZU METODOU VYUŽÍVAJÍCÍ
ROZLOŽENÍ HUSTOTY VÍŘIVOSTI PO PRŮŘEZU**

**ANALYSIS OF THE FLUID FLOW IN PIPES CIRCULAR AND NOT
CIRCULAR CROSS-SECTION WITH METHODS USING
DISTRIBUTION OF THE VORTICITY DENSITY**

Zkrácená verze dizertační práce

Obor: Konstrukční a procesní inženýrství

Školitel: doc. Ing. Jaroslav Štigler Ph.D.

Klíčová slova

rychlostní profil, rozložení hustoty vířivosti, vírové vlákno, vírová stěna, potrubí, Biot-Savartův zákon, laminární proudění, turbulentní proudění

Key words

velocity profile, vortex filament, vorticity wall, distribution of vorticity density, pipeline, Biot-Savart law, laminar flow, turbulent flow,

Místo uložení práce

VUT v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Technická 289/2, 616 69, Brno, Česká republika

OBSAH

1 ÚVOD.....	4
2 REŠERŠE SOUČASNÉHO POZNÁNÍ.....	5
3 PŘEHLED DOSAVADNÍCH RYCHLOSTNÍCH PROFILŮ.....	6
4 EXPERIMENTÁLNĚ NAMĚŘENÁ DATA.....	7
4.1 Výsledky experimentálního měření (Zagarola)	7
5 CFD SIMULACE RYCHLOSTNÍCH PROFILŮ.....	9
6 CFD SIMULACE - VÝSLEDKY.....	11
7 SROVNÁNÍ EXPERIMENTÁLNÍHO MĚŘENÍ S VÝSLEDKY Z CFD SIMULACÍ.....	11
7.1 Srovnání výsledků kruhového potrubí	11
7.1.1 Normování podle střední rychlosti	13
8 CÍLE DIZERTAČNÍ PRÁCE.....	15
9 TEORIE ODVOZENÍ RYCHLOSTNÍCH PROFILŮ	15
9.1 Analogie Biot-Savartova zákona.....	16
10 OBECNÝ POSTUP ODVOZENÍ RYCHLOSTNÍCH PROFILŮ	16
10.1 Potrubí nekruhového průřezu.....	17
10.2 Potrubí kruhového průřezu	19
11 RYCHLOST INDUKOVANÁ VÍROVOU STĚNOU	20
11.1.1 Souhrn výsledků pro kruhovou vírovou stěnu	21
12 APROXIMACE FUNKCE ROZLOŽENÍ HUSTOTY VÍŘIVOSTI PO PRŮŘEZU	21
13 ODVOZENÍ RYCHLOSTNÍCH PROFILŮ POMOCÍ TANGENCIÁLNÍ FUNKCE	22
13.1 Rychlostní profily pro potrubí kruhového průřezu	22
14 SROVNÁNÍ NOVĚ ODVOZENÝCH RYCHLOSTNÍCH PROFILŮ.....	24
14.1 Srovnání nově odvozených rychlostních profilů pro kruhové potrubí.....	25
14.1.1 Turbulentní oblast proudění.....	26
15 ZÁVĚR.....	28
SEZNAM LITERATURY	30
ŽIVOTOPIS	31
ABSTRAKT	32

1 ÚVOD

Dizertační práce se věnuje problematice odvození nových rychlostních profilů při ustáleném proudění v potrubí kruhového i nekruhového průřezu. Odvození těchto rychlostních profilů bude provedeno pomocí metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu. Jedná se o metodu, kterou lze popsat proudění v potrubí různých průřezů s využitím aproximace rozložení vektorů víru rychlosti po průřezu pomocí vhodné matematické funkce. Tato práce je zaměřena na odvození plně rozvinutých rychlostních profilů v potrubí různých průřezů pomocí zmíněné metody pro všechny oblasti proudění.

Základním vztahem pro odvození rychlostních profilů je Biot-Savartův zákon (někdy též Biot-Savartův-Laplaceův), jenž je známý zejména z oblasti fyziky. Pomocí tohoto zákona je možné určit hodnotu magnetické indukce v okolí vodiče, jímž protéká elektrický proud. Tento zákon vyjadřuje závislost magnetického pole na základě nepřímé úměry protékajícího elektrického proudu a čtverce vzdálenosti zdroje (vodiče) od vyšetřovaného místa. Analogicky jako v případě problematiky magnetického pole kolem vodiče lze postupovat, požadujeme-li určit hodnotu indukované rychlosti v okolí vírového vlákna [1].

Před samotným řešením dané problematiky je nutné věnovat značnou pozornost současnému poznání. První část této práce proto obsahuje souhrn informací jak z historických, tak ze současných publikací. Tato část je následně doplněna o souhrn již existujících vztahů, kterými lze analyticky popsat rychlostní profily v případě proudění mezi dvěma rovinnými deskami nebo v potrubí kruhového průřezu jak pro laminární, tak i pro turbulentní oblast proudění.

V práci jsou dále uvedeny výsledky z experimentálního měření Zagaroly a Toondera a také experimentální měření provedené v laboratořích Odboru fluidního inženýrství Victora Kaplana VUT v Brně. Následně je zde uveden stručný popis provedení matematických simulací rychlostních profilů v programu ANSYS Fluent. Výsledné rychlostní profily z CFD simulací a z experimentálního měření budou vzájemně porovnány a na základě výsledků tohoto porovnání bude prohlášen nejvhodnější model z CFD simulací za referenční pro všechny případy, u kterých autor nedisponuje výsledky z experimentálního měření. Tyto referenční rychlostní profily a rychlostní profily z experimentálního měření budou dále sloužit jako srovnávací kritérium pro nově odvozené rychlostní profily.

Metoda rozložení hustoty vířivosti po průřezu není obecně zcela známá, zejména pak v souvislosti s problematikou rychlosti indukované od vírového vlákna. Z toho důvodu je v kapitole 8 ve stručnosti uvedena základní teorie, jejíž znalost je nezbytná pro následnou analýzu proudění pomocí rozložení hustoty vířivosti po průřezu. Obecný postup odvození rychlostních profilů je nastíněn v kapitole 10. Tento postup odvození sestává z odvození rychlosti indukované nejdříve od jednoho vírového vlákna, poté od stěny vírových vláken a v poslední řadě od rozložení hustoty vířivosti po průřezu. Na obecné odvození rychlostních profilů navazuje (kapitola 11) aplikace analogie Biot-Savartova zákona na metodu rozložení hustoty vířivosti po průřezu. Tento proces vyžaduje mimo jiné potřebu nalézt vhodnou matematickou funkci, kterou lze aproximovat reálné rozložení vektorů víru rychlosti po průřezu. Nalezení této funkce se

věnuje kapitola 12. Dále je v této práci uveden celý postup odvození rychlostních profilů pomocí metody rozložení hustoty vířivosti, respektive pomocí aproximace rozložení vektorů víru rychlosti vhodnou matematickou funkcí. Poslední část této práce přináší srovnání nově odvozených vztahů s již existujícími vztahy a s referenčními rychlostními profily (experimenty, výsledky z CFD simulací). V této části jsou graficky zobrazeny tvary rychlostních profilů a jejich chyby vůči referenčním rychlostním profilům. V závěru této kapitoly je provedeno zhodnocení nově odvozených rychlostních profilů.

2 REŠERŠE SOUČASNÉHO POZNÁNÍ

V současnosti existuje několik analytických vztahů, které umožňují vyjádřit rychlostní profily proudící kapaliny uvnitř potrubí kruhového i nekruhového průřezu. V případě nekruhového průřezu se jedná o vztahy určené k vyjádření rychlostních profilů mezi dvěma rovinnými deskami. Analytické vztahy, jimiž lze získat tvar rychlostního profilu, jsou často omezeny určitými podmínkami. Mezi tyto podmínky patří například omezená možnost využití daného vztahu pouze pro laminární nebo turbulentní proudění, nebo také nedostatečná přesnost vztahů na určité oblasti průřezu potrubí.

Mezi historicky nejvýznamnější vztahy v oblasti turbulentního proudění patří mocninné a logaritmické zákony a jejich modifikace. Těmito vztahy však nelze vyjádřit zcela přesně rychlost po celém průřezu zkoumaného potrubí. Jak mocninný, tak i logaritmický zákon jsou vhodné k popisu rychlostního profilu v jádru proudu, ovšem nevhodné pro oblasti blízko stěny potrubí. V případě logaritmického zákona lze zmíněný problém s nepřesností u stěny potrubí vyřešit rozdělením daného průřezu na tři (některé zdroje uvádí čtyři) „vrstvy“. Pohybujeme-li se od stěny potrubí, je první vrstvou v pořadí tzv. viskózní podvrstva (někdy také vazká podvrstva), následuje přechodová vrstva a dále turbulentní jádro. Řešení logaritmického zákona na jednotlivých vrstvách ovšem znamená nutnost řešit různé rovnice pro příslušnou „vrstvu“ potrubí zvlášť [2]. Pro laminární proudění v potrubí kruhového průřezu byl odvozen například Hagen-Poiseuilleho vztah. Tento vztah lze získat integrací Navier-Stokesovy rovnice ve válcovém souřadném systému pro zadaný tlakový spád. Odvození rychlostních profilů v potrubí různých průřezů vyžaduje mimo jiné znalosti teorie mezní vrstvy. Jeden ze zakladatelů této teorie byl Ludwig Prandtl (1875 – 1935). V mnoha jeho publikacích je možné podrobně studovat základy teorie mezních vrstev, vyberme například [5] a [6].

V současné době je problematika rychlostních profilů řešena zejména pro potrubí kruhového průřezu. Proudění mezi dvěma rovinnými deskami slouží často spíše jako teoretická pomůcka při výuce fyzikálních dějů v teorii hydrodynamiky. Avšak její modifikované uplatnění lze nalézt i v reálných případech.

Přehlednou práci obsahující základní vztahy určené pro stanovení rychlostních profilů v potrubí kruhového průřezu pro laminární a turbulentní oblasti proudění zpracoval Kudela a lze ji studovat v [7]. Studie mocninného zákona prezentovaná kolektivem Noor Afzal, Abu Seena a Afzal Buschra nabízí velice přínosný přehled historicky modifikovaných koeficientů užívaných v mocninném vyjádření rychlostních

profilů. Tato studie současně poskytuje srovnání nově odvozených koeficientů mocninného zákona [8]. Studie, která se věnuje problematice rychlostních profilů pomocí logaritmického zákona, byla provedena týmem C. Di Nucci a E. Fiorucci. Jejich práce srovnává experimentální měření rychlostních profilů v blízkosti hladké stěny potrubí s numerickou simulací zvanou Direct Numerical Simulation (DNS) [9]. Tým okolo Makra V. Zagaroly prezentoval velmi rozsáhlý experiment měření rychlostních profilů v kruhovém potrubí. Jedná se o měření prováděné pomocí Pitotovy trubice v potrubí s hydrodynamicky hladkou stěnou (maximální odchylka drsnosti stěny byla $0,15 \pm 0,03 \mu\text{m}$) pro rozsah Reynoldsova čísla $Re = 31 \cdot 10^3 \div 35 \cdot 10^6$. Tento článek obsahuje grafy rychlostních profilů pro výše uvedený rozsah Reynoldsových čísel a poukazuje na extrémně vysokou náročnost měřicího okruhu s ohledem na délku, souosost a hladkost povrchu měřeného potrubí [10]. L. F. Flint ve svém článku zveřejňuje studii rychlostních profilů, která je založena na modifikaci Nikuradseho vztahu v potrubí pro Reynoldsova čísla blízká hodnotě $Re = 6000$ [11].

Doposud jsou autorovi této práce známy jediné dvě studie popisující rychlostní profily v potrubích různých průřezů, které využívají metodu rozložení hustoty vířivosti po průřezu. Jedná se o práce publikované J.Štiglerem [12] a [27]. V publikaci [12] jsou uvedeny nově odvozené rychlostní profily, které ovšem zcela nekorrespondují s reálnými rychlostními profily v oblasti jádra potrubí. Publikace [27] byla bohužel zveřejněna současně s dokončením této dizertační práce, a proto se v dizertační práci výsledky zveřejněné v publikaci [27] nevyskytují.

Nejpoužívanější vztahy, které byly odvozeny jinými autory, budou v této dizertační práci využity jako srovnávací měřítko s nově odvozenými rychlostními profily.

3 PŘEHLED DOSAVADNÍCH RYCHLOSTNÍCH PROFILŮ

Vztahy uvedené v kapitole 3 dizertační práce slouží společně s výpočty z CFD simulací a s experimentálně naměřenými daty uvedenými v literatuře [7] a [16] jako srovnávací měřítko pro nově odvozené rychlostní profily.

Seznam vztahů určených k vyjádření rychlostních profilů pro potrubí kruhových i nekruhových průřezů je v dizertační práci rozdělen do dvou základních skupin. První skupina obsahuje vztahy pro laminární proudění, druhá skupina pak vztahy pro turbulentní proudění. Obecně uváděná kritická hodnota Reynoldsova čísla pro laminární proudění v potrubí je v rozmezí $Re = 2100 \div 2400$. V dizertační práci je s ohledem na historicky nejčastěji používanou hodnotu uvažována kritická hodnota Reynoldsova čísla $Re = 2320$. Hodnotu Reynoldsova čísla pro přechodovou oblast proudění nelze jednoznačně určit. Z toho důvodu je v práci uvažováno, že přechodová oblast z laminárního do turbulentního proudění nastává pro potrubí kruhového průřezu při $Re = 2320 \div 4000$. Je třeba zdůraznit, že pro přechodovou oblast proudění nebyl doposud autorem této práce nalezen jediný vztah, jímž by bylo možné rychlostní profil v přechodové oblasti stanovit. Turbulentní proudění v potrubí kruhového průřezu je tedy v dizertační práci uvažováno pro $Re \gtrsim 4000$.

4 EXPERIMENTÁLNĚ NAMĚŘENÁ DATA

Experimentální měření se jeví jako jedna z nejvhodnějších možností, kterou lze využít ke srovnání nově odvozených rychlostních profilů s reálným tvarem rychlostního profilu proudící kapaliny v potrubí. Ovšem provedení kvalitních experimentálních měření rychlostních profilů v laboratorních podmínkách je technicky i finančně velmi náročný úkol, jak je uvedeno například v [7] [13] a [15]. V této kapitole jsou uvedeny experimentálně naměřené rychlostní profily Zagaroly a Smitha [7] a J. den Toondera [15]. Dále jsou zde uvedeny výsledky naměřené na Odboru fluidního inženýrství Victora Kaplana FSI VUT v Brně. V dizertační práci je považováno experimentální měření provedené Zagarolem za stěžejní. Z tohoto důvodu jsou v této zkrácené verzi dizertační práce (s ohledem na rozsáhlost celé kapitoly) uvedeny pouze výsledky z experimentů provedených právě Zagarolem.

4.1 VÝSLEDKY EXPERIMENTÁLNÍHO MĚŘENÍ (ZAGAROLA)

Tým okolo *Makra V. Zagaroly* prezentoval výsledky z velmi rozsáhlého experimentu. Tento experiment se věnoval měření plně vyvinutých rychlostních profilů v kruhovém potrubí, přičemž proudícím médiem byl vzduch. Měření bylo prováděno pomocí Pitotovy trubice v potrubí s hydrodynamicky hladkou stěnou (maximální odchylka drsnosti stěny byla $0,15 \pm 0,03 \mu\text{m}$). Hodnoty Reynoldsových čísel se u tohoto experimentu pohybovaly v rozsahu $Re = 31 \cdot 10^3 \div 35 \cdot 10^6$. Měření probíhalo v potrubí kruhového průřezu, které bylo navrženo a sestaveno za účelem požadavku provedení vysoce kvalitního experimentálního měření (toto potrubí bývá označováno jako „Superpipe“). V článku je uvedena také zmínka o korekci vlivu geometrie Pitotovy trubice na proudění vzduchu. I přesto, že se jednalo o velice přesně provedené experimentální měření, sám autor uvádí, že vyhodnocená data obsahují určité chyby v korekci geometrie Pitotovy trubice. Článek Zagaroly obsahuje grafy rychlostních profilů pro výše uvedený rozsah Reynoldsových čísel a poukazuje na extrémně vysokou náročnost měřicího okruhu s ohledem na délku, souosost a hladkost povrchu měřeného potrubí [7].

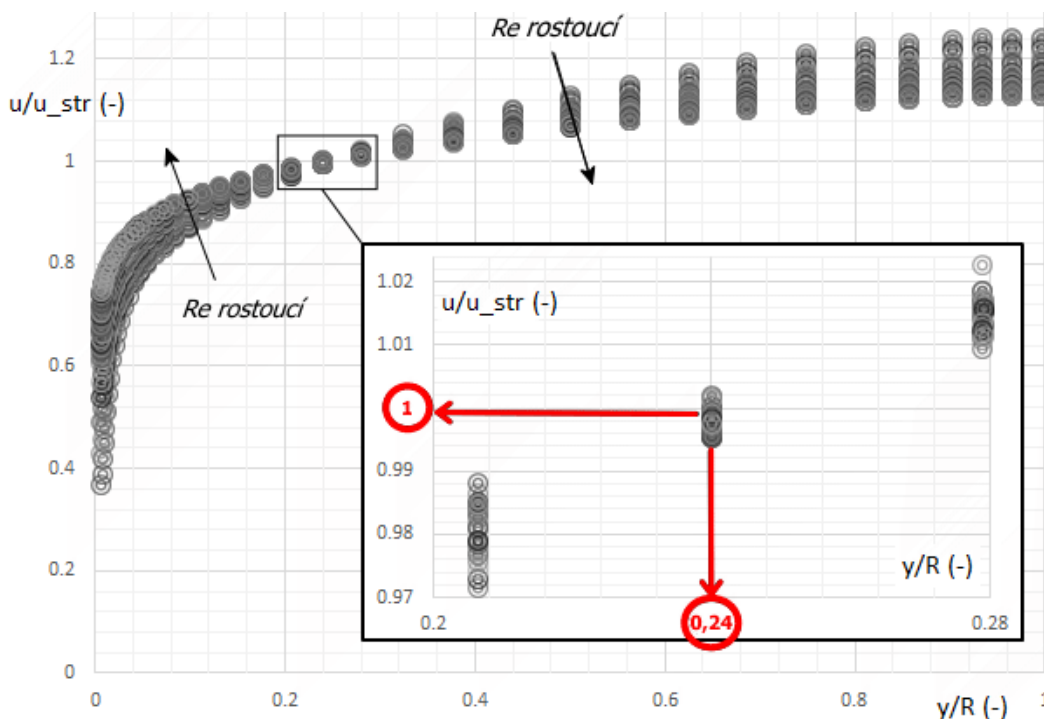
Z důvodu výskytu výše zmíněné chyby v měření Zagaroly se tým okolo B. J. McKeona a A. J. Smitha rozhodl měření opakovat. K dispozici měl tento tým shodné potrubí, se kterým pracoval Zagarola (dříve tento tým pracovníků se Zagarolem spolupracoval). U nového měření se autoři zaměřili na minimalizaci vlivu geometrie Pitotovy trubice. Základem pro toto zpřesnění bylo použití užšího průměru Pitotovy trubice. Výsledky korekce jsou uvedeny v publikaci [13].

Bohužel však autor dizertační práce neměl v době realizace této práce přístup k datům s korekcí. Autor měl k dispozici pouze data naměřená Zagarolem. Znamená to tedy, že experimentálně naměřená data, která budou v této práci využita, obsahují určitou nepřesnost a data tak nelze považovat za „zcela“ přesná. Zagarolem experimentálně naměřená data Zagarolem byla v době zpracování této práce k dispozici v [14].

Výsledky z těchto experimentálních měření budou využity pro účely srovnání s nově odvozenými rychlostními profily. Tato data budou dále sloužit jako „kalibrační“ zdroj dat pro srovnání s výsledky z CFD simulací. Tímto způsobem bude vybrán

nejvhodnější model z CFD simulací, který bude následně prohlášen za referenční. Referenční CFD model bude následně sloužit pro porovnání výsledků odvozených pomocí metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu pro všechny případy, u kterých autor nedisponuje výsledky z experimentálního měření. Velice podrobný popis tohoto experimentu je možné studovat v publikaci [7].

Experimentální data naměřená týmem okolo Zagaroly jsou zobrazena v grafu na Obr. 1



Obr. 1 Experimentálně naměřené normované rychlostní profily Zagarolem a Smithem

Na výše zobrazeném grafu jsou experimentálně naměřené hodnoty normovaných rychlostních profilů z experimentů provedených Zagarolem a Smithem pro rozsah Reynoldsova čísla $Re = 31 \cdot 10^3 \div 35 \cdot 10^6$. Na tomto obrázku je u (m/s) okamžitá rychlost na průřezu potrubí, \bar{u} (m/s) je střední rychlost, R (m) je vnitřní poloměr potrubí a y (m) je odlehlost od stěny potrubí. Zajímavostí grafu je oblast v okolí bodu $[y/R \cong 0,24; u/u_{str} \cong 1]$ (viz detail na Obr. 1). V této oblasti se všechny rychlostní profily kříží téměř v jednom bodě. Znamená to, že se střední rychlost u všech naměřených rychlostních profilů nachází na shodném okolí poměru $y/R \cong 1$. Tento fakt by bylo možné využít jako jedno z kritérií při provádění srovnání experimentálně naměřených dat s daty z CFD simulací. Ovšem aby bylo možné použít tento fakt jako srovnávací kritérium, bylo by vhodné disponovat sadou dat naměřených v blízkém okolí zmiňované oblasti. V detailu zobrazeném na Obr. 1 se jedná o příliš „hrubé“ krokování míst měření rychlostí v okolí bodu $[y/R \cong 0,24; u/u_{str} \cong 1]$. Hlavním srovnávacím kritériem pro stanovení referenčního CFD modelu tedy bude samotný rychlostní profil, respektive chyba mezi experimentálně naměřenými rychlostními profily a profily z CFD simulací.

5 CFD SIMULACE RYCHLOSTNÍCH PROFILŮ

Součástí dizertační práce byla realizace CFD simulací proudění vody v potrubí různých tvarů průřezů, rozměrů a také širokého rozsahu Reynoldsových čísel. Tyto simulace byly zaměřeny na využití vhodných simulačních modelů, kterými lze rychlostní profily co možná nejpřesněji simulovat. CFD simulace byly prováděny pomocí software ANSYS Fluent, přičemž byly využity dvourovnicové modely turbulence $k - \varepsilon$, $k - \omega$, dále také Reynolds stress model (RSM) a také laminární model proudění.

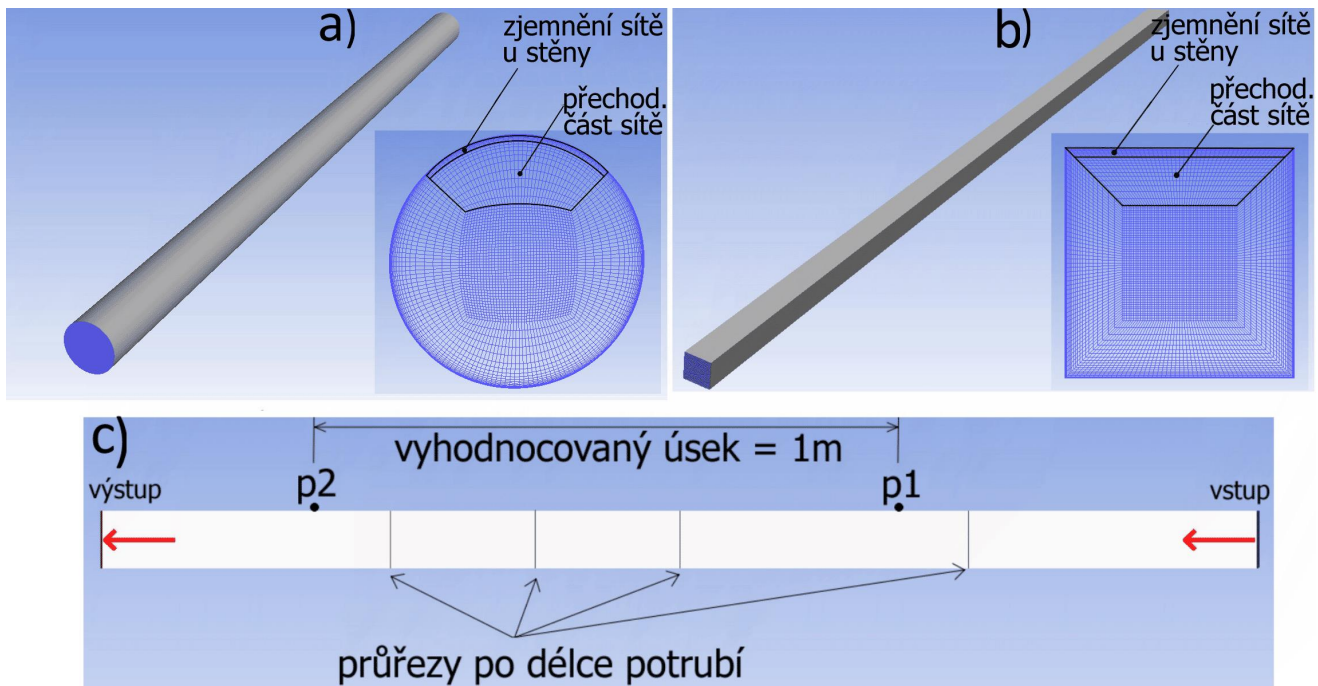
Uvedené modely turbulence byly doplněny o vhodné stěnové funkce. Model $k - \varepsilon$ byl zvolen jako *Realizable* a stěnová funkce jako *Enhanced wall treatment*. Jádru proudu tak bylo řešeno pomocí high Reynolds model $k - \varepsilon$ a oblast blízko stěny jako jednorovnicový *K-model*. Turbulentní model $k - \omega$ byl nastaven jako *SST model*. Tento přístup řeší jádro proudu pomocí high Reynolds modelu $k - \varepsilon$ a oblast blízko stěny řeší jako low Reynolds $k - \omega$ model. Problematické však bylo dodržení nutných podmínek pro zajištění korektnosti simulací. Při návrhu výpočetních domén je nutné dodržet jisté kontrolní hodnoty, mezi které patří například Aspect Ratio a Equi size skew. Pro zaručení korektnosti výpočtu všech výše uvedených modelů turbulence je vyžadována hodnota wall Y^+ v mezích $Y^+ = 1 \div 5$. CFD simulace tak byly s ohledem na vysoké množství buněk ve výpočetních doménách hardwarově velmi náročné. Protékaným médiem byla ve všech případech voda, přičemž veškeré hodnoty fyzikálních vlastností byly ponechány tak, jak je nastaveno výrobcem programu ANSYS Fluent. Stěny potrubí byly simulovány jako hydraulicky hladké.

CFD simulace byly provedeny pro kruhové, čtvercové, obdélníkové průřezy a pro dvě paralelně umístěné desky. Každé potrubí obsahovalo mimo jiné vstupní a výstupní ustalovací úseky, mezi kterými se nacházel vyhodnocovaný úsek – viz Obr. 2. Celková délka jednotlivých geometrií se pohybovala v řádech metrů, přičemž nejkratší geometrie dosahovala délky 2 m a nejdelší geometrie délky 9 m. Rozdílné délky byly zvoleny zejména pro potřeby dosažení plně rozvinutých rychlostních profilů. S ohledem na výpočetní kapacity bylo nutné modelovat optimálně dlouhé výpočetní domény. Pro případy laminárního proudění bylo možné modelovat hrubší a tedy i delší síť. V případě turbulentního proudění bylo nutné (s ohledem na potřebu modelovat jemnější síť na průřezu potrubí) modelovat výpočetní doménu co možná nejkratší. Nejkratší geometrie byly použity v případech, kdy výpočetní doména obsahovala extrémně vysoký počet buněk. Počet buněk narůstal se zvyšováním rychlosti proudění, tedy s nutností dodržet předepsané hodnoty wall Y^+ , přičemž se tento počet pohyboval přibližně od 2 milionů buněk po maximální počet 18 milionů buněk.

Dekompozice sítě je zobrazena na Obr. 2. Dekompozici průřezu kruhového potrubí přecházela studie optimálně mapované sítě, která je uvedena v publikaci [17]. Obecné schéma potrubí různých průřezů je zobrazeno na Obr. 2 c). Na tomto obrázku jsou vyznačena místa odběrů statického tlaku a kontrolní průřezy, které jsou umístěny po celé délce kontrolního úseku. Délka kontrolního úseku byla pro všechny geometrie shodná, a to 1 m. Na kontrolním úseku byly podle potřeby modelovány kontrolní průřezy ve vzdálenosti 250 mm od sebe (v případě potřeby bylo kontrolních průřezů

více). Na takto modelovaných průřezích byla v průběhu CFD simulací prováděna ověření, zda při simulacích docházelo k plně vyvinutým rychlostním profilům.

Na Obr. 2 a) je zachycena dekompozice kruhového potrubí a na Obr. 2 b) je dekompozice čtvercového potrubí. Dekompozice geometrie obdélníkového potrubí byla provedena analogicky, jako v případě čtvercového potrubí. Umístění tlakových odběrných míst a kontrolních míst pro obdélníkovou a čtvercovou geometrii bylo shodné s kruhovým potrubím (viz Obr. 2 c).



Obr. 2 Zobrazení potrubí v řezu

CFD simulace byly realizovány pro různé hodnoty Reynoldsových čísel tak, aby bylo možné provést následné srovnání rychlostních profilů z CFD simulací, experimentů a také z nově odvozených vztahů. Je nutné dodat, že autor této práce měl přístup k datům z experimentálního měření od Zagaroly a Toondera v pozdější fázi tvorby této práce (tedy po dokončení téměř všech CFD simulací). Z tohoto důvodu se ne vždy shodují hodnoty Reynoldsova čísla v části, která se věnuje srovnání výsledků z CFD simulací, s hodnotami uváděnými v experimentech zmiňovaných autorů. Srovnání experimentů a CFD simulací bylo tedy provedeno pro nejbližších hodnoty Reynoldsova čísla. Hodnoty Reynoldsova čísla, pro které byly CFD simulace prováděny autorem této práce, se pohybují v mezích $492 \leq Re \leq 1e6$.

V případech, kdy nebyla geometrie dostatečně dlouhá (nedocházelo k plně vyvinutým rychlostním profilům na kontrolním úseku) byl proveden export rychlostního profilu z průřezu, jenž byl umístěn ve vhodné vzdálenosti před výstupem z potrubí. Tento postup je popsán v plné verzi dizertační práce.

Autorovi této práce byly poskytnuty také výsledky z CFD simulací provedené Matasem. Tyto výsledky byly publikovány v [10] a byly rovněž použity ke srovnání s experimenty a s odvozenými rychlostními profily. Matas se zabýval CFD simulací rychlostních profilů v potrubí kruhového průřezu o průměru 100 mm. CFD simulace využívaly dvourovnicové modely turbulence $k - \varepsilon$, $k - \omega$ a také Reynolds stress

model (RSM). V případě modelu $k - \varepsilon$ se jednalo o *RNG* $k - \varepsilon$ model. Model $k - \omega$ byl řešen přístupem SST. Hodnoty Reynoldsova čísla CFD simulací prováděných Matasem se pohybují v mezích $5000 \leq Re \leq 5e6$.

6 CFD SIMULACE - VÝSLEDKY

Tato kapitola prezentuje (zejména grafickou formou) výsledky z CFD simulací, které realizoval autor, a také výsledky z CFD simulací, které realizoval Matas. Uvedené CFD výsledky rychlostních profilů jsou v dizertační práci normovány podle vhodných veličin. Jedná se o normování podle střední rychlosti (osa y), respektive podle vnitřního poloměru potrubí (kruhové průřezy), nebo podle délky stěny (neokruhové potrubí - osa x).

7 SROVNÁNÍ EXPERIMENTÁLNÍHO MĚŘENÍ S VÝSLEDKY Z CFD SIMULACÍ

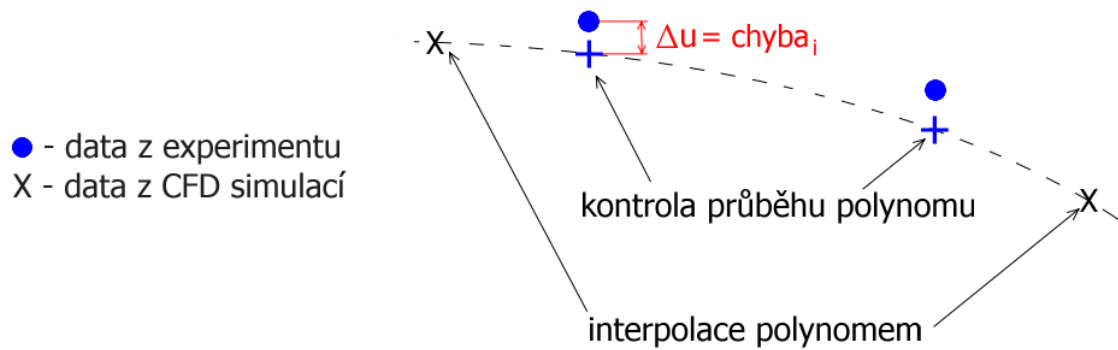
Srovnání experimentálního měření a rychlostních profilů z CFD simulací bude s ohledem na Zagarolovo kvalitní technické provedení experimentálního měření zaměřeno převážně na kruhové rychlostní profily. V době realizace dizertační práce nebyl autorovi znám jediný zdroj, ze kterého by bylo možné získat experimentálně naměřená data rychlostních profilů potrubí čtvercového nebo obdélníkového průřezu. Z tohoto důvodu bylo na OFI provedeno experimentální měření obdélníkového průřezu o rozměrech $50 \times 120 \text{ mm}$, které ovšem nelze považovat za dostatečně přesné (viz kapitola 4.3 dizertační práce). Srovnání experimentálních výsledků Zagaroly a Toondera s výsledky z CFD simulací bude použito jako vhodný prostředek určený k výběru nejvhodnějšího turbulentního CFD modelu ($k - \varepsilon$, $k - \omega$, *RSM*). Vybraný turbulentní model bude (společně s výsledky z experimentálního měření) sloužit jako srovnávací kritérium pro nově odvozené rychlostní profily pomocí metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu. Z důvodu absence kvalitních experimentálních měření neokruhových profilů bude jako vhodný srovnávací prostředek uvažován shodný model turbulence, který bude nejlépe odpovídat výsledkům z experimentálního měření provedených pro kruhové potrubí (Zagarola, Toonder).

7.1 SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ KRUHOVÉHO POTRUBÍ

Jak již bylo zmíněno, srovnání rychlostních profilů bylo provedeno vůči výsledkům z experimentálního měření, které realizovali Zagarola a Toonder v kruhovém potrubí. Jelikož byly autorovi této práce poskytnuty naměřená data až po dokončení všech realizovaných CFD simulací, bylo nutné vybrat data, která si co možná nejvíce odpovídala hodnotou Reynoldsova čísla.

Grafy uvedené v této kapitole jsou normovány na ose x podle vnitřního průměru potrubí, na ose y jak podle střední rychlosti \bar{u} , tak podle třetí rychlosti (tedy podle u^*). Normování podle střední rychlosti je vhodnější pro sledování rychlostního profilu v oblasti jádra proudu. U stěny potrubí je pak vhodnější normování podle třetí rychlosti.

Porovnání provedené pomocí grafů uvedených v této kapitole obsahuje sady dat z experimentálního měření (kolečka) a sady dat z CFD simulací (křížky ve tvaru písmene „x“). Aby bylo možné provést srovnání hodnot dat rychlostí z experimentů a CFD simulací, bylo nutné provést vhodnou interpolaci některé sady těchto dat. V případě normování podle třetí rychlosti u^* byla interpolována data z CFD simulací pomocí polynomů vhodného stupně. Jelikož polynom žádného stupně není schopný interpolovat celý rozsah rychlostního profilu jedním zápisem, byly rychlostní profily rozděleny podle potřeby na tři, případně čtyři oblasti. Rozdělené rychlostní profily byly následně proloženy polynomy vhodných stupňů. Tímto způsobem bylo možné srovnat hodnoty rychlostí z experimentů i v případech, kdy poloha (poloměr, v níž se nacházel „bod“ experimentálně měřené rychlosti), nebyla shodná s polohou odečtu rychlosti v CFD simulaci (poloha středu buňky), viz Obr. 3. Aby nedocházelo k chybám způsobeným případným vychýlením polynomů v místech nacházejících se mezi interpolovanými body, byla provedena zpětná kontrola. Tato kontrola byla provedena vykreslením průběhu polynomů v místech poloměrů uvažovaných při odečtu rychlostí v experimentálních měřeních (křížky ve tvaru znaménka +).



Obr. 3 Interpolace polynomem

Každá sada grafů uvedená v dizertační práci je doplněna o graf, který zobrazuje rozdílné hodnoty rychlosti mezi experimentálním měřením a CFD simulací. Tento rozdíl bude dále označován jako „chyba“. Jelikož není možné označit výsledky ani z jednoho přístupu (experiment nebo CFD simulace) jako zcela přesné, není možné termín „chyba“ považovat za skutečnou chybu mezi reálným rychlostním profilem a profilem z CFD simulací. Termín „chyba“ je v dizertační práci uvažován jako

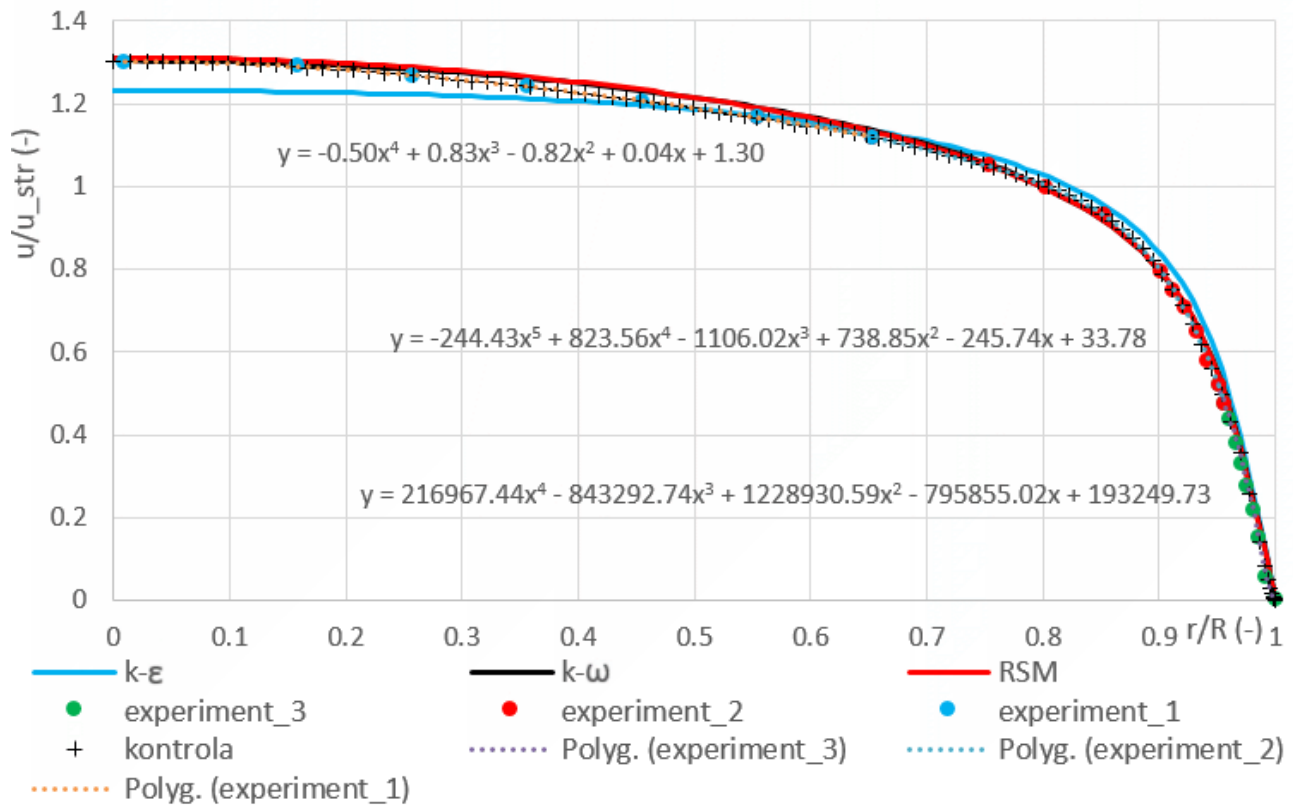
$$chyba_i = u_{i-experiment}^+ - u_{i-turb.model}^+ \quad (m/s),$$

kde $u_{i-experiment}^+ (-)$ je i -tá hodnota normované rychlosti experimentu a analogicky $u_{i-turb.model}^+$ je i -tá hodnota normované rychlosti z CFD simulace. V následujícím grafu je patrné rozdělení rychlostního profilu na celkem tři oblasti. Níže je pro každé normování uveden graf pouze pro jednu hodnotu Reynoldsova čísla. Grafy pro zbylé hodnoty Reynoldsova čísla jsou uvedeny v příloze č. 1. (normování podle třetí rychlosti u^*) a v příloze č. 2 (normování podle střední rychlosti \bar{u}). Pro názornost je v této zkrácené verzi dizertační práce uvedeno srovnání provedené pro normování podle střední rychlosti například pro hodnotu $Re=5e3$.

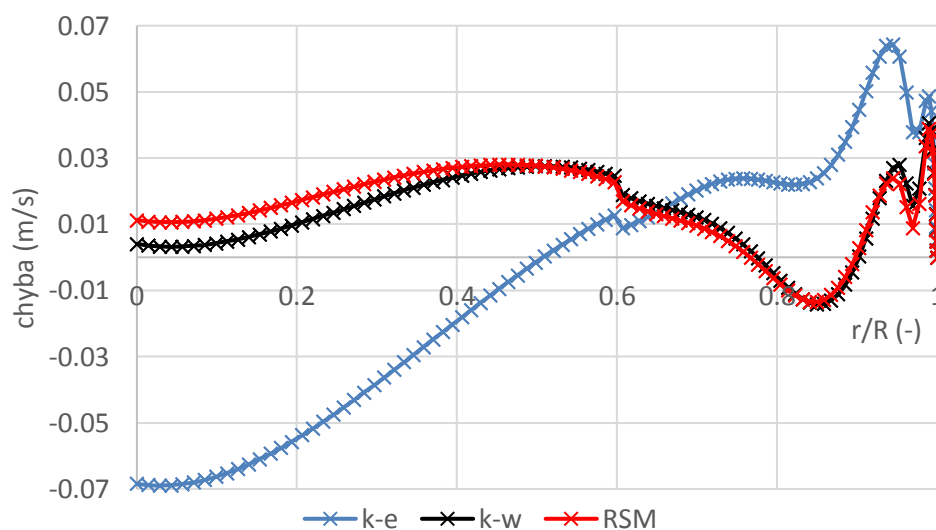
7.1.1 Normování podle střední rychlosti

Pro zjednodušení obsahuje toto srovnání všechny tři turbulentní modely pouze v jednom grafu. Pomocí polynomů bylo v tomto případě vhodné interpolovat výsledky z experimentálního měření, přičemž výsledky z CFD simulací byly následně srovnány právě s průběhy těchto interpolačních polynomů.

Re=5e3



Obr. 4 Graf srovnání experimentu s CFD simulací, Re=5E3 (normování podle u_{str})



Obr. 5 Graf - chyba mezi experimentem a CFD simulací, Re=5E3 (normování podle u_{str})

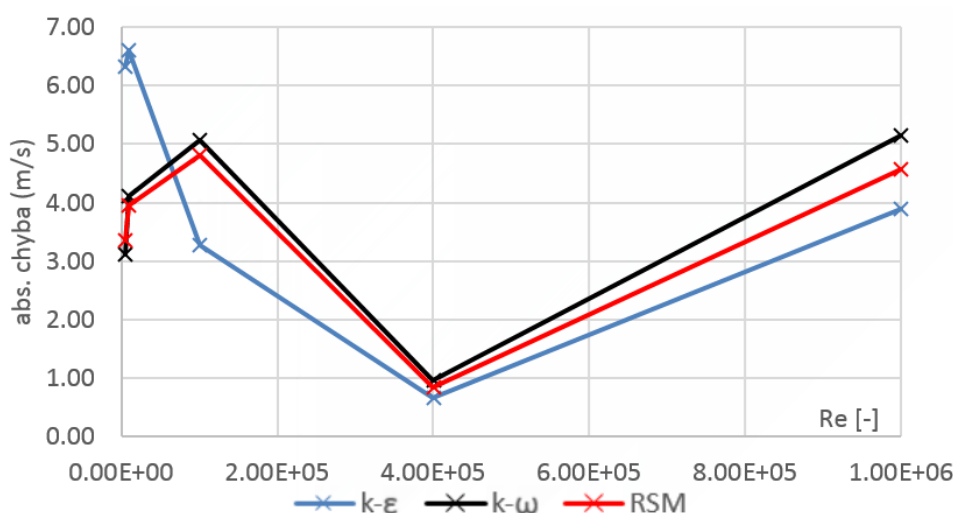
Informace o hodnotě absolutní chyby pro normování podle střední rychlosti jsou uvedeny v následující tabulce a v grafu na Obr. 7. Absolutní chyba je určena podle vztahu

$$|chyba| = \sum_{i=1}^n |chyba_i| \quad (m/s),$$

přičemž z tabulky na Obr. 6 je zřejmé, že suma absolutních hodnot chyb pro normování podle střední rychlosti je minimální v případě turbulentního modelu RSM. CFD výsledky turbulentního modelu $k-\omega$ jsou ovšem modelu RSM velmi podobné. S ohledem na téměř shodný průběh celkové chyby v závislosti na Reynoldsově čísle je možné výsledky těchto dvou modelů považovat za téměř shodné. Největší celkovou chybu vykazuje model $k-\varepsilon$. Avšak je nutné zdůraznit, že tato celková chyba je silně ovlivněna výsledky z oblasti, kde $Re = 5000$ a $Re = 10000$. Pro Reynoldsova čísla vyšší než $Re = 1e5$ je zřejmé, že výsledky turbulentního modelu $k-\varepsilon$ v případě normování podle střední rychlosti nejvíce odpovídají experimentálnímu měření. Nicméně z výsledků plynoucích z normování podle třetí rychlosti (tyto výsledky jsou uvedeny v plné verzi dizertační práce) je možné jednoznačně prohlásit turbulentní $k-\omega$ model jako model, který nejvíce odpovídá experimentálnímu měření.

	Re					součet chyb
	5E3	1E4	1E5	4E5	1E6	
k-ε	6,33	6,6	3,28	0,66	3,9	20,77
k-ω	3,12	4,11	5,06	0,95	5,15	18,39
RSM	3,36	3,95	4,81	0,84	4,56	17,52

Obr. 6 Tabulka absolutních hodnot chyby mezi CFD a experimentem (normování podle u_{str})



Obr. 7 Graf - absolutní hodnoty chyby (normování podle u_{str})

Jelikož v době realizace této práce neměl autor k dispozici kvalitní výsledky z experimentálních měření nekruhových průřezů, budou závěry z kruhového potrubí aplikovány také na potrubí nekruhových průřezů. Pro potrubí kruhových i nekruhových

průřezů bude tedy předpokládáno, že nejlepší shodu s reálným prouděním kapalin dosahuje turbulentní $k-\omega$ model.

Dále je nutné zmínit, že autor v době realizace této práce rovněž neměl k dispozici experimentálně naměřené rychlostní profily v kruhovém potrubí pro laminární oblast proudění. Z tohoto důvodu zde není uvedeno srovnání CFD výsledků s experimenty. Náhradou za tento nedostatek je porovnání CFD výsledků s již známými vztahy rychlostních profilů, které jsou platné pro laminární proudění. Toto porovnání je provedeno v kapitole 14 dizertační práce.

8 CÍLE DIZERTAČNÍ PRÁCE

Cílem této dizertační práce je odvození rychlostních profilů v potrubí různých průřezů pomocí metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu. Bude-li to z matematického hlediska možné, odvození bude provedeno analyticky. V případě, že analytické postupy selžou, bude využito vhodných numerických metod. Práce je zaměřena mimo jiné na odvození rychlostních profilů takovým způsobem, který umožní stanovit tvar rychlostních profilů v reálném potrubí s využitím nově odvozených vztahů a „dostupné“ měřicí techniky. „Dostupnou“ měřicí technikou je myšleno např. měření tlakového rozdílu Δp (Pa) na určité délce potrubí L (m), měření maximální rychlosti kapaliny v potrubí a případně měření průtoku Q (m^3 / s).

Souhrn cílů dizertační práce

- analytické odvození rychlostních profilů (případně využití numerických metod) pro potrubí různých průřezů s využitím metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu potrubí
- CFD simulace rychlostních profilů
- normování odvozených, simulačních a experimentálně získaných rychlostních profilů, analýza tohoto normování, porovnání experimentálních a CFD výsledků s nově odvozenými vztahy

9 TEORIE ODVOZENÍ RYCHLOSTNÍCH PROFILŮ

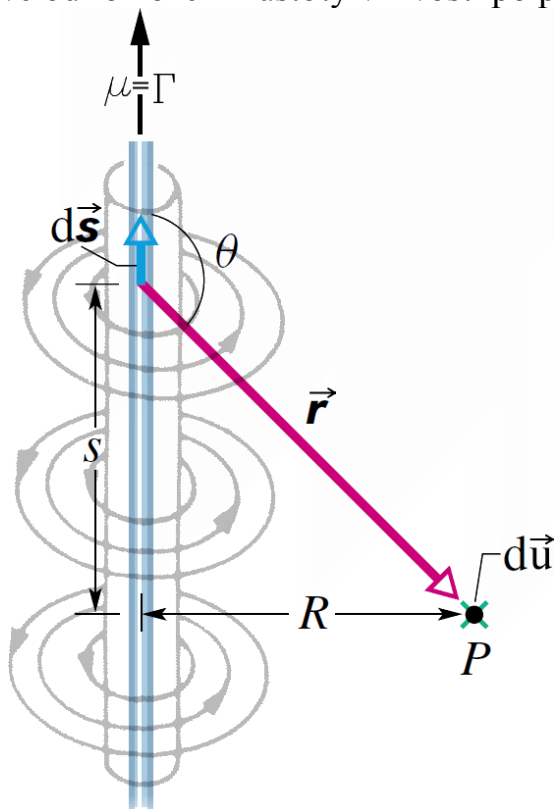
V této kapitole je nastíněn obecný postup odvození rychlostních profilů pomocí metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu. Nejprve je zde vysvětlen pojem „rozložení hustoty vířivosti po průřezu“. Následně tato kapitola obsahuje obecné odvození rychlostních profilů za pomoci analogie Biot-Savartova zákona. Jedná se o analogii, která ve svém vyjádření obsahuje cirkulaci rychlosti. Jelikož není cirkulace rychlosti s ohledem na neznalost rychlostního pole známa, obsahuje tato kapitola (v plné verzi dizertační práce) také vyjádření závislosti mezi vektorem víru rychlosti a cirkulací rychlosti. Tímto způsobem je následně možné definovat rozložení hustoty vířivosti po průřezu.

9.1 ANALOGIE BIOT-SAVARTOVA ZÁKONA

Odvození rychlostních profilů pomocí metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu potrubí bude provedeno s využitím analogie Biot-Savartova zákona. Tuto analogii lze vyjádřit ve tvaru

$$d\vec{u} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}, \quad 1$$

kde Γ ($m \cdot s^{-1}$) je cirkulace rychlosti. Význam ostatních členů je zřejmý z Obr. 8. Tento tvar analogie Biot-Savartova zákona vyjadřuje rychlost indukovanou od nekonečně krátkého elementu ds , který se nachází na vírovém vláknu o cirkulaci rychlosti Γ . Pro stanovení rychlosti indukované od rozložení hustoty vířivosti je třeba vztah 1 nejprve řešit pro jedno vírové vlákno. Následně je nutné provést aplikaci výsledku rychlosti indukované od jednoho vírového vlákna na stěnu vírových vláken. Až po získání předchozích výsledků je možné získat rychlost indukovanou od rozložení vektorů víru rychlosti, respektive od rozložení hustoty vířivosti po průřezu.

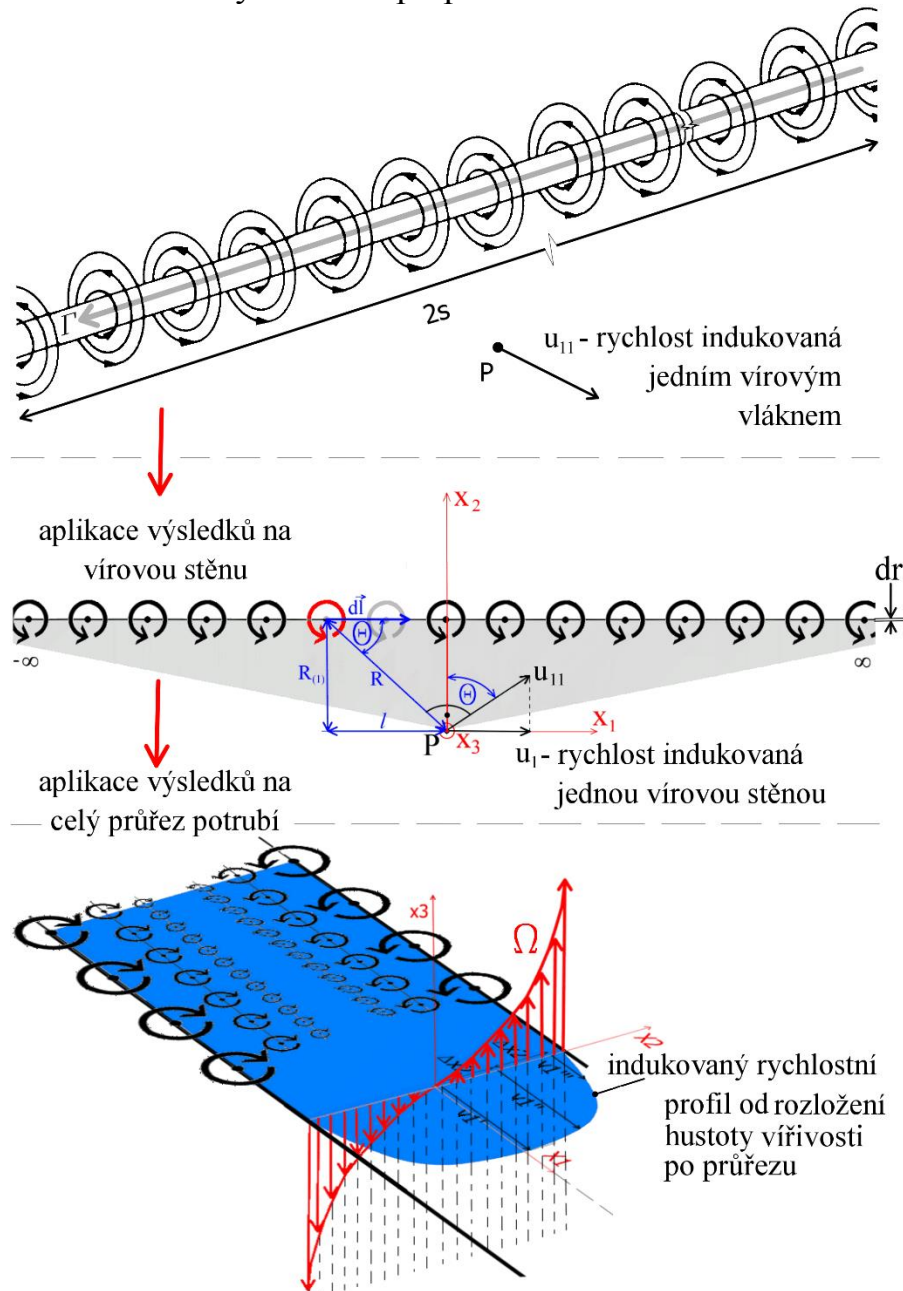


Obr. 8 Rychlost kapaliny indukovaná jedním vírovým vláknem
(při tvorbě tohoto obr. bylo využito zdroje [1] a [12])

10 OBECNÝ POSTUP ODVOZENÍ RYCHLOSTNÍCH PROFILŮ

Samotnému odvození rychlostních profilů předchází aplikace analogie Biot-Savartova zákona na jedno vírové vlákno. Pro stanovení hodnoty rychlosti indukované od jednoho vírového vlákna je nutné analogii Biot-Savartova zákona nejprve integrovat po celé délce tohoto vlákna. Výsledkem integrace je znalost hodnoty indukované rychlosti od jednoho vírového vlákna, viz Obr. 9. Dalším krokem je odvození rychlosti indukované od jedné vírové stěny. K tomuto odvození slouží právě výsledné vztahy platné pro rychlost indukovanou od jednoho vírového vlákna. Posledním krokem je

odvození vztahů, kterými lze stanovit rychlost indukovanou od všech vírových stěn, respektive od rozložení hustoty vířivosti po průřezu.

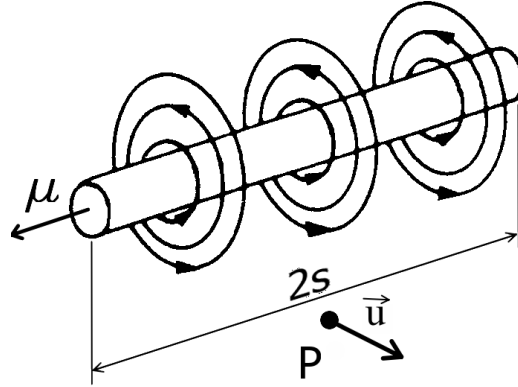


Obr. 9 Obecné odvození rychlostních profilů

10.1 Potrubí nekruhového průřezu

Na potrubí nekruhových průřezů je třeba nejprve aplikovat analogii Biot-Savartova zákona na jedno vírové vlákno. Jedná-li se o konečné přímé vírové vlákno, pak je třeba uvažovat konečnou délku $2s$, viz Obr. 10. Hodnotu indukované rychlosti od jednoho vírového vlákna konečné délky lze získat pomocí integrálu

$$\vec{u} = \oint_{-s}^s \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}. \quad 2$$



Obr. 10 Jedno vírové vlákno konečné délky
(při tvorbě tohoto obr. bylo využito zdroje [12])

V případě proudění kapaliny mezi dvěma rovinnými „nekonečně“ rozlehlými deskami je nutné aplikovat analogii Biot-Savartova zákona nejdříve na jedno vírové vlákno nekonečné délky (tedy $2s = \infty$, viz Obr. 10). Hodnotu indukované rychlosti od vírového vlákna nekonečné délky lze získat pomocí integrálu

$$\vec{u} = \oint_{-s=-\infty}^{s=\infty} \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}. \quad 3$$

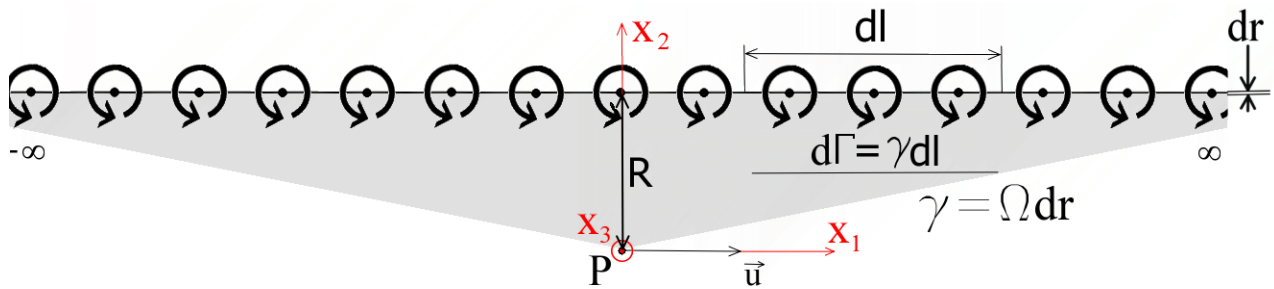
Jakmile je provedeno odvození vztahů platných pro rychlost indukovanou od jednoho vírového vlákna konečné, respektive nekonečné délky, je nutné přistoupit k odvození rychlosti indukované od jedné vírové stěny. Tento krok zahrnuje aplikaci vztahu 2, respektive vztahu 3 na nekonečně dlouhou stěnu vírových vláken (tato vírová stěna je tvořena z vírových vláken o shodné cirkulaci rychlosti Γ). Pojem nekonečná délka vírové stěny je možné v reálném případě chápat jako značnou délku v poměru vůči vzdálenosti protilehlých stěn (nekruhové průřezy), respektive vůči průměru kruhového potrubí (kruhové průřezy). Lze tedy říci, že $l \gg h$ (čtverec, obdélník, dvě rovinné desky). Pro kruhový průřez pak platí, že $l \gg R$.

Jelikož se jedná o odvození rychlostních profilů pomocí metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu, je nutné do vztahů 2 a 3 tuto metodu zakomponovat. Pomocí vyjádření $d\Gamma = \gamma \cdot dl$ (odvození tohoto vyjádření je uvedeno v kapitole 9.5 v dizertační práci) je možné vztahy 2 a 3 upravit do tvaru.

$$\vec{u} = \oint_{-\infty}^{\infty} \oint_{-s}^s \frac{\gamma}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{\|\vec{r}\|^3} d\vec{l}, \quad 4$$

$$\vec{u} = \oint_{-\infty}^{\infty} \oint_{-s=-\infty}^{s=\infty} \frac{\gamma}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{\|\vec{r}\|^3} d\vec{l}. \quad 5$$

Jak již bylo uvedeno výše, délku celé stěny, respektive délku potrubí považujeme za nekonečně velkou vůči vzdálenosti mezi rovnoběžnými stěnami. Vztahy 4 a 5 je tedy nutné integrovat v mezích od $-\infty$ do $+\infty$ (viz Obr. 11)



Obr. 11 Virová stěna

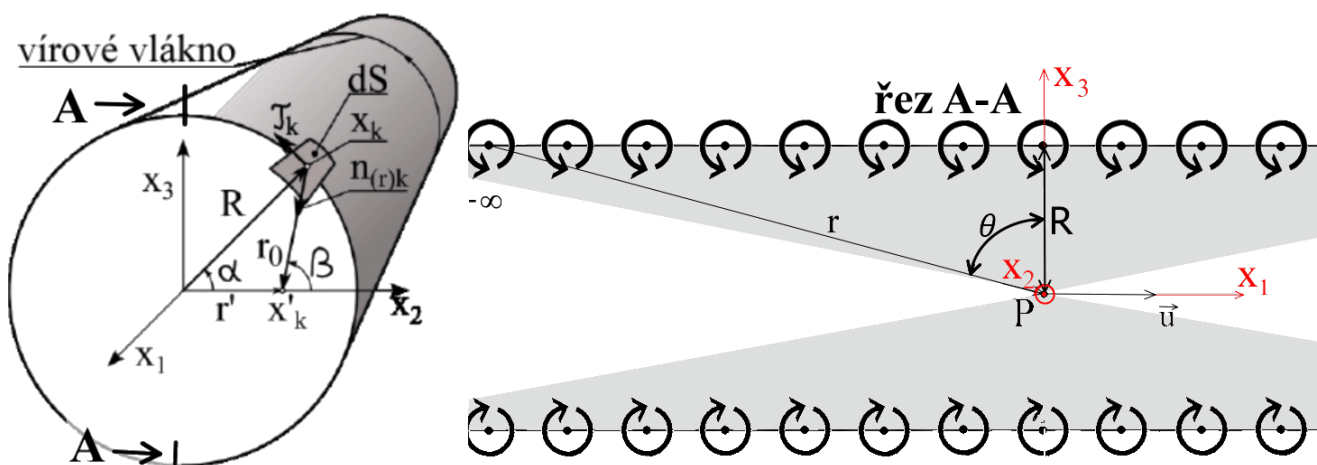
Hodnotu indukované rychlosti od jedné vírové stěny je možné určit vyřešením integrálů uvedených v rovnicích 4 a 5. Toto řešení je s ohledem na rozsáhlost uvedeno pouze v dizertační práci v kapitole 11, ve které je mimo jiné provedeno kompletní odvození indukované rychlosti pro konkrétní nekruhové průřezy potrubí (čtvercové, obdélníkové, dvě rovinné desky).

10.2 Potrubí kruhového průřezu

Při odvození rychlosti indukované od vírového vlákna kruhového průřezu je třeba postupovat jiným způsobem, než jak bylo uvedeno v předchozí kapitole. Jedná se především o odvození ve válcovém souřadném systému. Dále je třeba zvolit opačný postupu řešení integrace kruhového vírového vlákna. Nejprve je nutné provést integraci vztahů podél osy nekonečně dlouhé stěny vírových vláken a následně integraci vztahů po obvodu kruhového vírového vlákna. V opačném případě totiž neexistuje analytické řešení integrace [9]. Integrál potřebný pro stanovení rychlosti indukované od vírové stěny kruhového průřezu je možné zapsat ve tvaru

$$u_i = \frac{\gamma}{4\pi} \oint_0^{2\pi} \oint_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\varepsilon_{ijk} \tau_j}{r_0^2} \cos \theta (x'_k - x_k) d\theta d\alpha, \quad 6$$

kde ε_{ijk} je Levi-Civitaův tenzor (postup odvození tohoto integrálu je uveden v dizertační práci v kapitole 10.3.1). Význam ostatních členů rovnice 6 je zřejmý z Obr. 12 a z Obr. 13. Řešením integrálu uvedeného ve vztahu 6 získáme rychlost indukovanou od jedné kruhové vírové stěny.

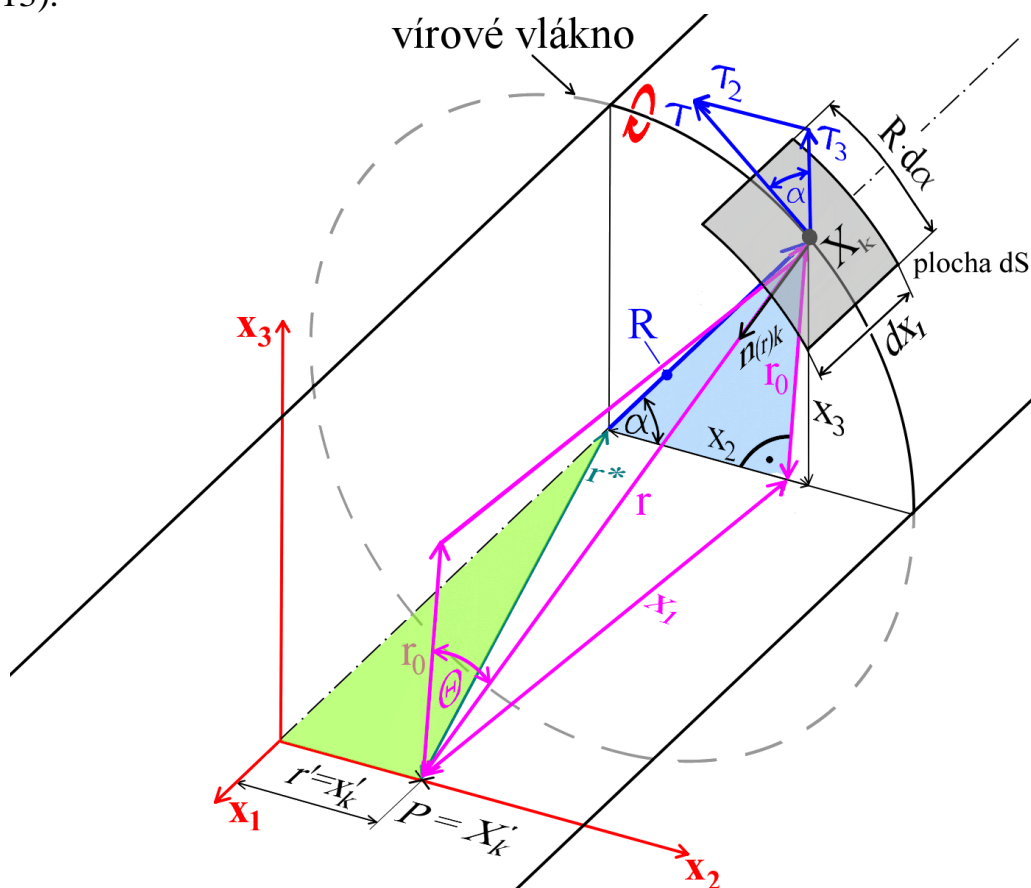


Obr. 12 Kruhová vírová stěna (obrázek vlevo byl převzat z [11])

11 RYCHLOST INDUKOVANÁ VÍROVOU STĚNOU

V kapitole 11 dizertační práce je provedeno odvození vztahů, podle kterých bude možné stanovit hodnotu indukované rychlosti od rovinných a kruhových vírových stěn. Následně je zde uvedeno odvození indukované rychlosti od uzavřených vírových stěn různých průřezů (kruhové a nekruhové). S ohledem na snazší porozumění je v této kapitole nejprve provedeno odvození rychlosti indukované od jedné rovinné vírové stěny konečné a nekonečné šířky a až poté od vírové stěny kruhového průřezu.

Ve všech případech odvození je hodnota indukované rychlosti vyšetřována v obecném bodě, který je v textu dizertační práce značen symbolem $P = [x'_1, x'_2, x'_3]$ (viz Obr. 13).



Obr. 13 Kruhové vírové vlákno

Pro každý řešený případ je tento bod konkretizován. Při odvození rychlosti indukované od různých vírových vláken a stěn jsou uvažována určitá zjednodušení, mezi která patří

- zanedbání gravitačního zrychlení Země
- odvození indukované rychlosti bude vyšetřováno pouze v oblasti plně rozvinutého rychlostního profilu
- pro rovinné vírové stěny bude uvažováno symetrické proudění mezi vzájemně rovnoběžnými stěnami
- pro kruhovou vírovou stěnu bude uvažováno osově symetrické proudění uvnitř této stěny
- bude uvažována pouze nestlačitelná viskózní kapalina

V této zkrácené verzi dizertační práce jsou s ohledem na značné množství vztahů uvedeny pouze výsledné vztahy platné pro kruhové potrubí

11.1.1 Souhrn výsledků pro kruhovou vírovou stěnu

- rychlost indukovaná jednou nekonečně dlouhou vírovou stěnou kruhového průřezu $u_1 = \gamma$
- rychlost indukovaná vně nekonečně dlouhé vírové stěny kruhového průřezu $u_1 = 0$

Na výše uvedené výsledné vztahy je dále nutné aplikovat vhodnou matematickou funkci, kterou je možné aproximovat rozložení velikosti vektorů víru rychlosti po průřezu. Tímto způsobem je následně možné stanovit hodnotu indukované rychlosti od rozložení hustoty vířivosti po průřezu.

12 APROXIMACE FUNKCE ROZLOŽENÍ HUSTOTY VÍŘIVOSTI PO PRŮŘEZU

Výsledné vztahy odvozené v předchozí kapitole obsahují zápis rozložení hustoty vířivosti po průřezu γ . Tato funkce je definována jako $\gamma = \Omega \cdot dr$, přičemž symbol Ω bude dále považován za funkci, která aproximuje reálné rozložení vektorů víru rychlosti po průřezu. Cílem této kapitoly je tedy nalezení takové matematické funkce, jejíž průběh bude co možná nejpřesněji odpovídat reálnému rozložení vektorů víru rychlosti Ω po průřezu potrubí. Před samotnou analýzou vhodných matematických funkcí je nejdříve vhodné stanovit vlastnosti, které by vhodná matematická funkce měla splňovat. Tyto podmínky jsou opět s ohledem na rozsáhlost uvedeny pouze v samotné dizertační práci.

Podmínky stanovené v této kapitole více či méně splňují polynomy vhodného stupně a dále také vhodné modifikace tangenciálních a exponenciálních funkcí. Polynomické funkce se jeví jako nejvhodnější možnost vzhledem k potřebě dvojnásobného analytického integrování po průřezu (jedna z podmínek), ovšem problematickou částí je následné vyjádření velkého počtu neznámých koeficientů z výsledných rovnic. Jako vhodná alternativa se nabízí možnost využití modifikovaných exponenciálních a tangenciálních funkcí. Aplikací těchto funkcí je možné ve výsledných rovnicích eliminovat počet neznámých koeficientů na minimum. Tangenciální a exponenciální funkce tedy byly podrobeny důkladné analýze, přičemž bylo zjištěno, že vhodné modifikace tangenciálních funkcí splňují podmínku pouze první integrace. V případě exponenciálních funkcí nebylo možné vhodnou modifikaci těchto funkcí analyticky integrovat ani jednou.

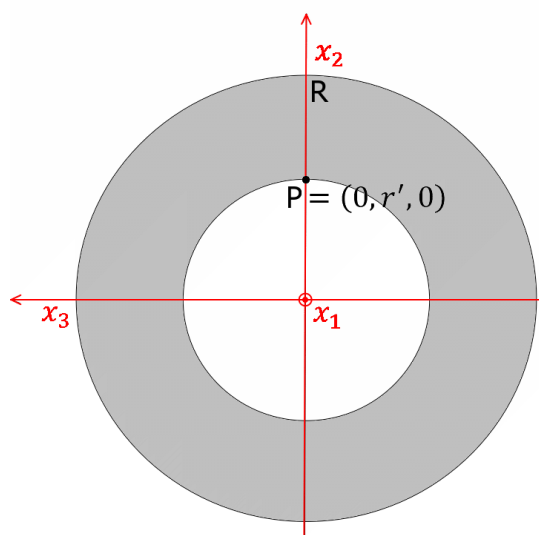
Výsledkem této kapitoly je tedy hypotéza, která říká, že jako vhodná matematická náhrada rozložení vektorů víru rychlosti po průřezu se jeví vhodně upravená tangenciální funkce, která je v dizertační práci označována symbolem Ω . Toto tvrzení je podloženo argumenty uvedenými v kapitole 12 plné verze dizertační práce.

13 ODVOZENÍ RYCHLOSTNÍCH PROFILŮ POMOCÍ TANGENCIÁLNÍ FUNKCE

Odvození rychlostních profilů v potrubí různých průřezů je podmíněno integrací funkce Ω po průřezu. Je tedy nutné provést analytickou integraci upravené tangenciální funkce. Tato funkce byla odvozena v předchozí kapitole ve tvaru

$$\Omega = A_1 \cdot \tan\left(\frac{r}{A_2} \cdot \frac{\pi}{2}\right), \quad 7$$

kde A_1 (m/s) a A_2 (m) jsou neznámé koeficienty a r je poloměr potrubí, na kterém vyšetřujeme rychlost. Hodnota indukované rychlosti v bodě P , jenž je umístěn vně vírových stěn, je dle výsledků uvedených v kapitole 11.1.3, 11.2.3 a 11.3.2 pro veškeré geometrické profily potrubí nulová. Z tohoto důvodu je možné zjednodušit integraci modifikované tangenciální funkce pouze na takový interval, v němž se nachází vírové stěny obklopující bod P „z vnějšku“ (viz šedá oblast na Obr. 14). Například pro kruhové potrubí výše uvedené tvrzení znamená, že pro stanovení hodnoty indukované rychlosti v bodě $P = X'_k = (0, r', 0)$ je třeba provést integraci upravené tangenciální funkce na intervalu $\langle r', R \rangle$. Integraci je tedy nutné provést přes všechny kruhové vírové stěny, které se nachází v oblasti „vně“ zkoumaného bodu. Analogický postup lze zvolit také u potrubí nekruhových průřezů. S ohledem na snazší pochopení celého postupu odvození rychlostních profilů jsou v této kapitole nejprve odvozeny rychlostní profily pro potrubí kruhového průřezu. Následně tato kapitola obsahuje odvození rychlostních profilů pro potrubí nekruhových průřezů.



Obr. 14 Kruhové potrubí - interval integrace

13.1 RYCHLOSTNÍ PROFILY PRO POTRUBÍ KRUHOVÉHO PRŮŘEZU

Odvození rychlostních profilů pomocí metody rozložení hustoty vířivosti je podmíněno integrací funkce reprezentující rozložení vektorů víru rychlosti Ω po průřezu. Jak již bylo uvedeno výše, pro stanovení rychlostního profilu pro kruhové potrubí je dostačující provést integraci pouze na intervalu $\langle r', R \rangle$. Hodnota indukované

rychlosti od vírových stěn, které se nachází na intervalu $\langle 0, r' \rangle$, je nulová. Rychlost indukovaná válcovou vírovou stěnou o elementární tloušťce dr na poloměru r vychází ze vztahu $u = \gamma$. Aplikujeme-li tento vztah na celý průřez potrubí, je zřejmé, že rychlost indukovaná jednou vírovou stěnou kruhového průřezu o tloušťce dr bude nabývat hodnoty

$$du = \gamma.$$

Tento vztah lze pomocí definice rozložení hustoty vířivosti uvedené v kapitole 9.5 ($\gamma = \Omega \cdot dr$) přepsat do tvaru

$$du = \Omega \cdot dr.$$

Pro stanovení rychlosti indukované od všech vírových stěn, které se nachází na požadovaném intervalu $\langle r', R \rangle$ je nutné provést integraci výše uvedeného vztahu po průřezu. Je tedy nutné vyřešit integrál

$$u = \int_{r'}^R \Omega \cdot dr.$$

Dosazením upravené tangenciální funkce (vztah 7) do tohoto zápisu získáme vyjádření indukované rychlosti od rozložení hustoty vířivosti po průřezu ve tvaru

$$u_1 = \int_{r'}^R A_1 \tan\left(\frac{r}{A_2} \frac{\pi}{2}\right) dr.$$

Řešením tohoto integrálu získáme rychlost indukovanou od rozložení hustoty vířivosti v kruhovém potrubí. Kompletní odvození indukované rychlosti od rozložení hustoty vířivosti po průřezu a následné určení neznámých koeficientů je uvedeno s ohledem na rozsáhlost pouze v plné verzi dizertační práce. Hodnotu indukované rychlosti od rozložení vířivosti po průřezu kruhového potrubí lze určit pomocí vztahu

$$u_1 = \frac{2 \cdot A_2 \cdot A_1}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2A_2} r'\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2A_2} R\right)}\right),$$

kde A_1 (m/s) a A_2 (m) jsou neznámé koeficienty, r' (m) je poloměr, na kterém vyšetřujeme rychlost a R (m) je vnitřní poloměr potrubí. Neznámý koeficient A_2 je nutné získat pomocí vhodné numerické metody. Pro stanovení hodnoty tohoto koeficientu je možné použít například funkci „*fsolve*“ programu Maple. Hodnotu koeficientu A_2 je nutné hledat na intervalu $R < A_2 < \infty$, přičemž je nutné vyřešit rovnici

$$\frac{(p_1 - p_2)R}{\mu L u_{max} \pi} = -\frac{1}{A_2} \cdot \frac{\tan\left(\frac{R}{A_2} \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{\ln\left[\cos\left(\frac{\pi}{2A_2} R\right)\right]},$$

kde μ ($N \cdot s/m^2$) je dynamická viskozita kapaliny a L (m) je vzdálenost mezi místy snímání statického tlaku p_1 a p_2 . Hodnotu maximální u_{max} rychlosti je možné stanovit

- **pro laminární oblast proudění**

$$u_{max} = 2 \cdot u_{str}$$

pro laminární oblast proudění je možné zjednodušit řešení hledání koeficientu pomocí numerické metody. Pro tuto oblast proudění lze s dostatečnou přesností určit neznámý koeficient jako

$$A_2 \geq 2 \cdot R$$

- **pro turbulentní oblast proudění** (pro $3,5e4 \leq Re \leq 1e8$)

lze maximální rychlost určit například pomocí vztahu uvedeného v literatuře [27], jehož tvar je

$$u_{max} = u_{str} \cdot \left\{ \frac{[2 \cdot (\ln(Re) \cdot 0,78911 - 1,56827) + 3]^2 - 9}{8} + 1 \right\}.$$

Hodnotu koeficientu A_1 je pak možné stanovit pomocí vztahu

$$A_1 = \frac{(p_1 - p_2)R}{2\mu L} \cdot \frac{1}{\tan\left(\frac{R}{A_2} \cdot \frac{\pi}{2}\right)},$$

nebo

$$A_1 = -\frac{u_{max}\pi}{2A_2} \cdot \frac{1}{\ln\left[\cos\left(\frac{\pi}{2A_2} R\right)\right]}.$$

Rychlost indukovaná vně nekonečně dlouhého potrubí kruhového průřezu

$$u_1 = 0$$

Hodnota střední rychlosti v potrubí kruhového průřezu

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{A_1 \cdot 8 \cdot \mu \cdot \tan\left(\frac{R}{A_2} \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{\lambda \cdot \rho}}.$$

Postup odvození rychlostních profilů pro potrubí nekruhových průřezů je téměř shodný, jako v případě kruhového potrubí. Z tohoto důvodu nejsou výsledky platné pro nekruhové potrubí prezentovány v této zkrácené verzi dizertační práce.

14 SROVNÁNÍ NOVĚ ODVOZENÝCH RYCHLOSTNÍCH PROFILŮ

Tato kapitola přináší srovnání nově odvozených rychlostních profilů pomocí metody rozložení hustoty vířivosti s experimentálními výsledky a s výsledky z CFD simulací. V kapitole 7 bylo uvedeno, že Zagarolovu experimentálnímu měření

odpovídá nejpřesněji turbulentní $k-\omega$ model (přístup SST). Tento model byl tedy považován za referenční pro ta srovnání, pro která neměl autor dizertační práce experimentálně naměřená data. Pro laminární oblast proudění byl za referenční model zvolen CFD laminární model.

Dále je v této části uvedeno porovnání nově odvozených rychlostních profilů s rychlostními profily, které byly odvozeny v minulosti (jedná se o rychlostní profily uvedené v kapitole 3 dizertační práce). Porovnání bylo provedeno s mocninným a logaritmickým vyjádřením rychlostních profilů a dále také s rychlostními profily, které byly odvozeny na základě rozložení hustoty vířivosti (RHV) po průřezu.

Porovnání rychlostních profilů je v plné verzi dizertační práce rozděleno do celkem čtyř sekcí. Jedná se o porovnání rychlostních profilů pro potrubí kruhových, obdélníkových a čtvercových potrubí a také pro případ proudění mezi dvěma rovinnými deskami. Grafy zobrazené v této kapitole obsahují celkem tři sady vyhodnocených dat (viz Obr. 15), přičemž první sada zobrazuje průběh rychlostních profilů. Druhá sada dat podává informaci o hodnotě absolutní chyby mezi odvozenou rychlostí a rychlostí referenční ($k-\omega$ model z CFD simulace, nebo výsledky z experimentálního měření). Tuto chybu lze matematicky vyjádřit ve tvaru $|chyba_i| = |u_{i-k-\omega-model} - u_{i-turb.model}|$, kde $u_{i-k-\omega-model}$ (m/s) vyjadřuje rychlost z CFD simulace na i -té pozici poloměru a $u_{i-turb.model}$ (m/s) vyjadřuje odvozenou rychlost na i -té pozici poloměru pomocí nově, či v minulosti odvozených vztahů. Tímto způsobem je možné vzájemně porovnat přesnost všech uvažovaných rychlostních profilů pro každou hodnotu Re zvlášť. Poslední sada dat představuje hodnoty směrodatné odchylky. Matematický zápis směrodatné odchylky je uveden v dizertační práci. Aby bylo možné provést celkové srovnání všech výsledků pro konkrétní tvar potrubí a druh proudění v závislosti na Re , je nutné stanovit například procentuální vyjádření směrodatné odchylky. K tomuto účelu je v dizertační práci definován variační koeficient. Uvažovaná kapalina ve všech níže provedených srovnáních byla voda, přičemž byly uvažovány vlastnosti kapaliny a potrubí popsané v kapitole 14 dizertační práce.

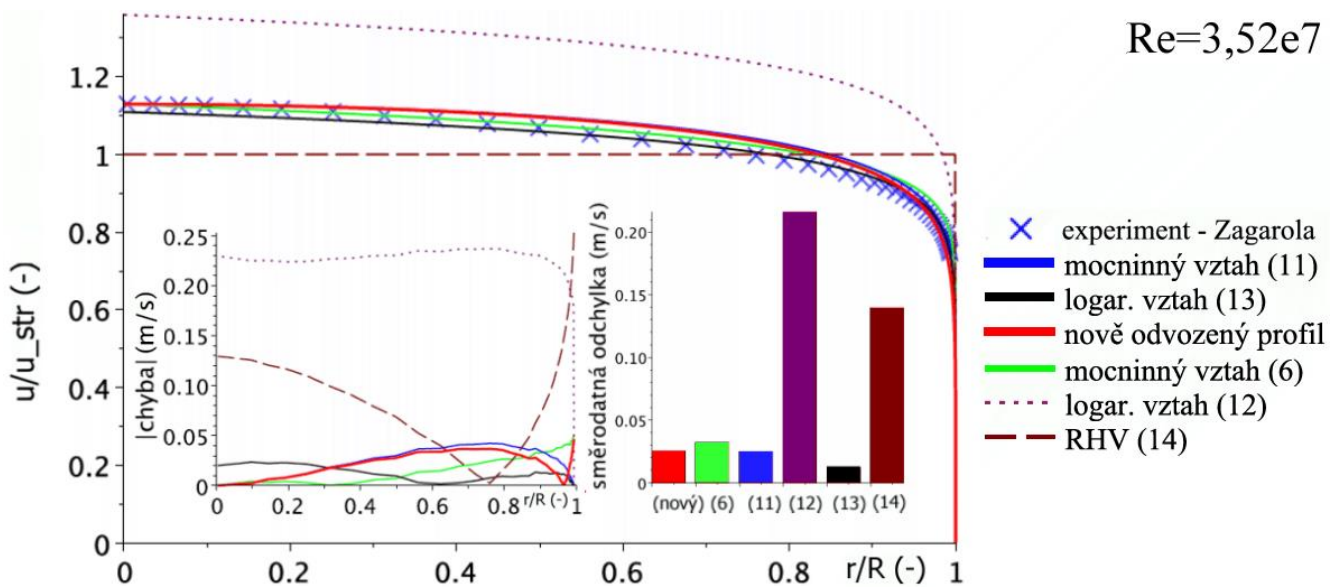
14.1 SROVNÁNÍ NOVĚ ODVOZENÝCH RYCHLOSTNÍCH PROFILŮ PRO KRUHOVÉ POTRUBÍ

Předpokládáme-li osově symetrické proudění v potrubí kruhového průřezu, je dostačující provést srovnání rychlostních profilů na jakémkoliv průměru, kterou lze reprezentovat vnitřním poloměrem kruhového potrubí. Na níže uvedených grafech je provedeno srovnání nově odvozených rychlostních profilů s jinými (v minulosti) odvozenými rychlostními profily a také s referenčním průběhem rychlostního profilu (výsledky z CFD simulací pro laminární oblast proudění, výsledky z experimentálního měření Zagaroly a Toondera pro turbulentní oblast proudění). Pro laminární oblast proudění je provedeno srovnání nově odvozených vztahů s CFD laminárním modelem a s již odvozenými rychlostními profily. Jedná o vztahy 2 a 3, které jsou uvedeny v kapitole 3.1.1. Pro oblast turbulentního proudění je pak provedeno srovnání jak nově odvozených vztahů, tak vztahů uvedených v kapitole 3.2.1. Konkrétně se jedná o vztahy 6 a 11 (mocninné vyjádření), vztahy 12 a 13 (logaritmické vyjádření) a vztah 14 (vyjádření odvozené na základě metody rozložení hustoty vířivosti „RHV“ po průřezu).

Porovnání jsou provedena pro různé hodnoty Re , jelikož autoři experimentů prováděli měření různých průměrů potrubí ($d_{Zagarola} = 0,12936 \text{ m}$, $d_{Toonder} = 0,04 \text{ m}$), bylo nutné všechna porovnání normovat na ose x například podle poloměru potrubí R a na ose y podle střední rychlosti \bar{u} . Pro úplnost je vhodné dodat, že při stanovení nově odvozených rychlostních profilů byl uvažován průměr potrubí $d = 0,1 \text{ m}$.

Porovnání provedené v této kapitole pomocí grafů a tabulek je rozděleno na dvě základní sady. První sada obsahuje srovnání provedená pro laminární oblast proudění. Druhá sada obsahuje srovnání provedená pro oblast turbulentního proudění. Jelikož je legenda pro některé grafy v dané sadě totožná, je dostačující uvést ji vždy pouze u prvního grafu dané skupiny grafů

14.1.1 Turbulentní oblast proudění

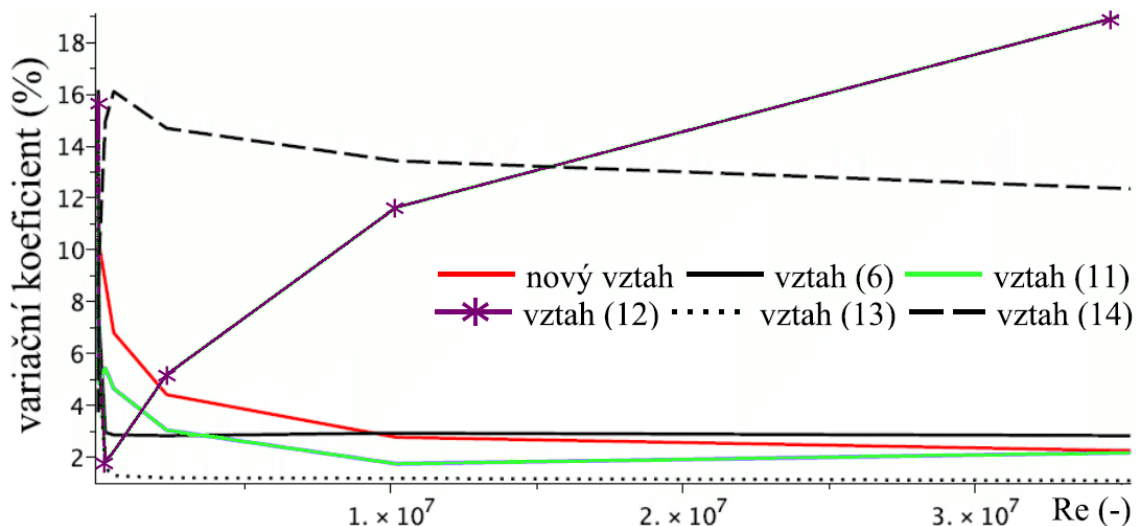


Obr. 15 Srovnání vztahů pro kruhové potrubí, $Re=1e6$

Z výše uvedeného grafu je zřejmé, že hodnota směrodatné odchylky nově odvozeného rychlostního profilu dosahuje ve srovnání s jinými rychlostními profily uspokojivé hodnoty. V tabulce na Obr. 16 jsou uvedeny hodnoty směrodatných odchylek pro potrubí kruhového průřezu pro různé hodnoty Reynoldsova čísla. Na Obr. 17 jsou uvedeny průběhy hodnot variačního koeficientu v závislosti na Re . Vyjádření variačního koeficientu je vhodné ke sledování vývoje přesnosti rychlostních profilů v závislosti na Reynoldsově čísle.

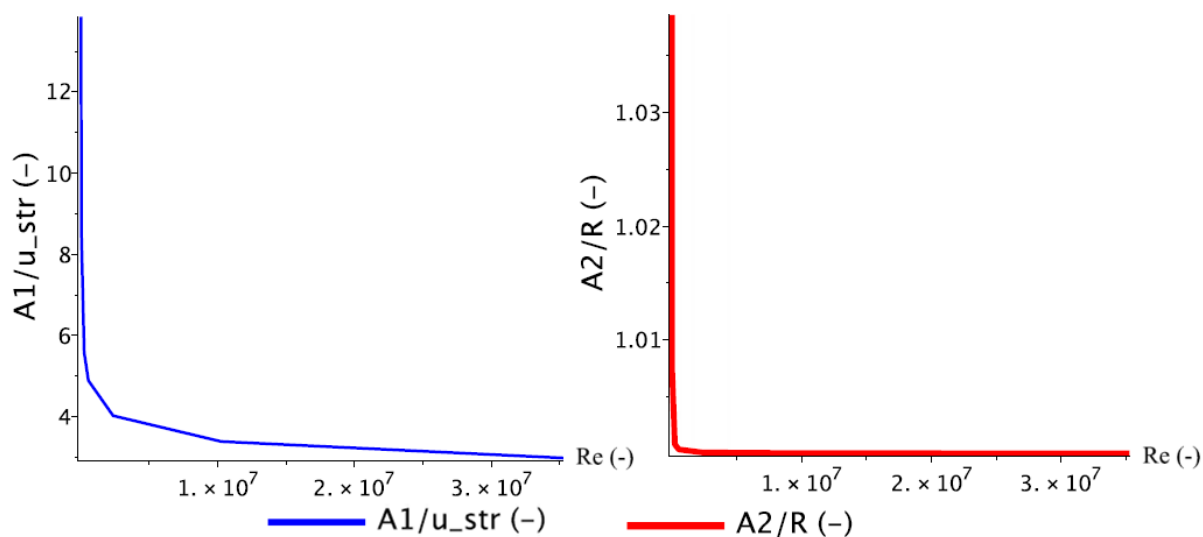
Reynolds (-)	nový vztah (m/s)	(6) (m/s)	(11) (m/s)	(12) (m/s)	(13) (m/s)	(14) (m/s)
5000	0.1224	0.2105	0.1268	0.2046	0.1853	0.0486
25000	0.1266	0.0920	0.0600	0.0741	0.0727	0.1175
2.50E+05	0.1040	0.0352	0.0646	0.0218	0.0189	0.1778
5.39E+05	0.0796	0.0335	0.0544	0.0261	0.0151	0.1888
2.35E+06	0.0509	0.0327	0.0351	0.0599	0.0139	0.1696
2.35E+06	0.0509	0.0327	0.0351	0.0599	0.0139	0.1696
1.02E+07	0.0315	0.0334	0.0199	0.1326	0.0135	0.1530
3.53E+07	0.0254	0.0320	0.0246	0.2159	0.0124	0.1396

Obr. 16 Tabulka průměrné chyby (v %) - (turbulentní proudění, kruhové potrubí)



Obr. 17 Graf průměrné chyby (turbulentní proudění, kruhové potrubí)

Z výše uvedeného grafu je patrné, že hodnota variačního koeficientu u všech odvozených rychlostních profilů více, či méně kolísá v oblasti nižších Reynoldsových čísel. S rostoucí hodnotou Re však hodnota variačního koeficientu (až na vztah 12) klesá. Je tedy možné říci, že výše uvedené rychlostní profily (až na vztah 12) jsou se zvyšující se hodnotou Re přesnější. V grafu na Obr. 18 jsou vyneseny závislosti hodnot koeficientů A_1 a A_2 na Re .



Obr. 18 Průběh hodnot koeficientu (turb. proudění, kruhové potrubí)

V následující tabulce na Obr. 19 jsou uvedeny normované hodnoty koeficientů A_1 , A_2 a střední rychlosti dopočítané z průtoku \bar{u} , střední rychlosti odvozené pomocí vztahů prezentovaných v dizertační práci $u_{str-odvoz}$ a také maximální rychlosti u_{max} .

Re (-)	A1/u _{str} (-)	A2/R (-)	u _{str} (m/s)	u _{str} _odvoz (m/s)	u _{max} (m/s)
5.00E+03	13.8524671	1.0385965	0.05783	0.05783	0.07525
2.50E+04	8.5548963	1.0071551	0.28915	0.28915	0.35650
2.30E+05	5.5846697	1.0008013	2.66534	2.66534	3.16686
5.39E+05	4.8920194	1.0003448	6.23511	6.23511	7.30496
2.35E+06	4.0270667	1.0000782	27.12227	27.12227	31.30963
1.02E+07	3.3910618	1.0000166	118.53993	118.53993	135.05818
3.53E+07	2.9853892	1.0000044	407.80559	407.80559	460.58787

Obr. 19 Tabulka hodnot konstanty a koeficientů (turbulentní proudění, kruhové potrubí)

15 ZÁVĚR

Dizertační práce přináší informace o současném poznání problematiky rychlostních profilů v potrubí kruhových i nekruhových průřezů. Je zde uveden přehled historicky nejvýznamnějších vztahů, jimiž lze rychlostní profily vyjádřit. Práce objasňuje možnost použití metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu pro odvození nových vztahů určených k vyjádření rychlostních profilů v potrubí různých průřezů.

V kapitole 2 je uveden teoretický základ, který je nutné respektovat při řešení problematiky odvození rychlostních profilů pomocí metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu potrubí. Tato část rovněž obsahuje stručné informace o Reynoldsově čísle a tedy o podmínkách, které rozdělují proudění na laminární a turbulentní. Dále je zde uvedena teorie plně rozvinutého rychlostního profilu a také rozdělení průřezu potrubí na čtyři vrstvy, které slouží k vyjádření logaritmického rychlostního profilu v turbulentní oblasti proudění.

Kapitola 3 obsahuje přehled od historicky nejužívanějších vztahů určených k vyjádření rychlostních profilů pro potrubí kruhových i nekruhových průřezů až po vztahy publikované v současnosti. Tento přehled je rozdělen do dvou částí. První část (kapitola 3.1) představuje vztahy používané pro oblast laminárního proudění. Druhá část (kapitola 3.2) obsahuje vztahy určené pro oblast turbulentního proudění. Vztahy uvedené v této kapitole jsou určeny k následnému srovnání s nově odvozenými rychlostními profily pomocí metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu.

V následující kapitole jsou uvedeny experimentální výsledky Zagaroly a Toondera. Dále jsou zde prezentovány výsledky experimentálního měření provedeného v laboratoři Odboru fluidního inženýrství Victora Kaplana VUT v Brně. Experimentálně naměřená data byla využita jako prostředek určený k výběru nejvhodnějšího turbulentního modelu ($k - \varepsilon$, $k - \omega$, RSM – tyto modely turbulence byly uvažovány v CFD simulacích). Informace ohledně postupu realizace CFD simulací jsou popsány v kapitole 5. V následující kapitole jsou zobrazeny výsledky z CFD simulací. Jelikož měl autor této práce k dispozici experimentální výsledky platné pouze pro potrubí kruhového průřezu, bylo nutné pro zbylé průřezy potrubí prohlásit některý z turbulentních CFD modelů za referenční. V kapitole 7 tedy bylo provedeno srovnání výsledků z experimentálního měření s výsledky z CFD simulací. Na základě tohoto srovnání byl pro turbulentní oblast proudění za referenční prohlášen turbulentní model $k - \omega$. Pro laminární oblast proudění byl při CFD simulacích použit laminární výpočetní model.

V kapitole 10 byl prezentován obecný postup odvození indukované rychlosti pomocí metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu. Jedná se o odvození indukované rychlosti nejprve od jednoho vírového vlákna, následně od vírové stěny a konečně od rozložení hustoty vířivosti po průřezu. Na tento obecný postup odvození navazuje kapitola 11, která již detailně popisuje samotné odvození indukované rychlosti pomocí metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu potrubí. Je zde uvedena analogie elektromagnetické indukce v okolí elektrického vodiče s indukcí rychlosti v okolí vírového vlákna. Zmíněná analogie je reprezentována upraveným Biot-Savartovým zákonem. Jedná se o analogii, která byla použita pro stanovení hodnoty indukované rychlosti v okolí jednoho vírového vlákna. Na základě získaných výsledků platných pro jedno vírové vlákno bylo následně možné stanovit hodnotu indukované rychlosti od vírové stěny.

Stanovení hodnoty indukované rychlosti od rozložení hustoty vířivosti po průřezu je podmíněno znalostí vhodné matematické funkce, která je schopna co možná nejpresněji aproximovat reálné rozložení vektorů víru rychlosti po průřezu. Nalezení této funkce je věnována kapitola 12. V této kapitole bylo uvedeno, že jako nejvhodnější aproximační funkce se nabízí vhodná modifikace tangenciální funkce. Následující kapitola již obsahuje postup odvození rychlostních profilů na základě aproximace rozložení vektorů víru rychlosti po průřezu potrubí modifikovanou tangenciální funkcí. V závěru této kapitoly jsou uvedeny výsledné vztahy určené k vyjádření nově odvozených rychlostních profilů.

Poslední část této práce se věnuje srovnání jak historicky známých, tak nově odvozených vztahů s referenčními rychlostními profily. Toto srovnání obsahuje průběhy referenčních rychlostních profilů s nově i v minulosti odvozenými rychlostními profily. Na základě tohoto srovnání byla stanovena hodnota okamžité chyby a směrodatné odchylky pro uvažované analytické vztahy rychlostních profilů (nově i v minulosti odvozené). Dále bylo provedeno vyhodnocení uvažovaných rychlostních profilů pomocí variačního koeficientu v závislosti na Reynoldsově čísle. Výsledné hodnoty variačního koeficientu získané pro nově odvozené vztahy vykazují uspokojivou přesnost pro potrubí kruhových průřezů a pro případ proudění mezi dvěma rovinnými deskami. Nově odvozené rychlostní profily vykazují rovněž uspokojivou přesnost v místě os nekruhových potrubí (čtverec, obdélník), nicméně v místě úhlopříček dosahují rychlostní profily větších hodnot nepřesností. V závěru této kapitoly bylo provedeno zhodnocení nově odvozených rychlostních profilů. V tomto zhodnocení je nastíněno možné pokračování v dané problematice. Mimo jiné je zde uvedeno, že v případě znalosti velikosti vektorů víru rychlosti na stěnách čtvercového a obdélníkového potrubí by zřejmě bylo možné dosáhnout značného zpřesnění nově získaných rychlostních profilů.

SEZNAM LITERATURY

- [1] HALLIDAY, D., R. RESNICK a J. WALKER. *Fyzika – část 3 - Elektřina a magnetismus*. 1. vydání, Prometheus: Praha, 2000, s. 578 – 888. ISBN 80-214-1868-0
- [2] PRANDTL, L. and O. TIETJENS. *Hydro- und Aeromechanics I*. 238 p. S.I.: s.n., 1929
- [3] PRANDTL, L. and O. TIETJENS. *Fundamentals of Hydro- and Aeromechanics*. New York: Dover Publications, 2003, 280 p. ISBN 0486603741
- [4] KUDELA, H. *Turbulent flow* [online]. Poslední revize 11.1.2012 [cit. 2015-05-20]. Dostupné z: <http://www.itcmp.pwr.wroc.pl/~znmp/dydaktyka/fundam_FM/Lecture_no3_Turbulent_flow_Modelling.pdf>
- [5] AFZAL, N., A. SEENA and A. BUSCHRA. (2007) *Power law velocity profile in fully developed turbulent pipe and channels flow*. Journal of hydraulic engineering, 1080-1085
- [6] NUCCI, C., and E. FIORUCCI. (2011) *Mean velocity profiles of fully developed turbulent flows near smooth walls*. ElsevierMasson SAS
- [7] ZAGAROLA, M., and A. SMITH. (1998) *Mean-flow scaling of turbulent pipe flow*. Journal of fluid mechanics ,vol. 373, pp. 33-79
- [8] FLINT, L. (1967) *On the velocity profile for turbulent flow in the straight pipe*. Chemical engineering science, vol. 22, pp. 1127-1131
- [9] ŠTIGLER, J. (2012) *Introduction of the analytical turbulent velocity profile between two parallel plates*. Engineering mechanics 2012, pp. 1343-1352
- [10] MATAS, R., V. CIBERA and T. SYKA. (2014). *Modelling of flow in pipes and ultrasonic flowmeter bodies.*, EPJ Web of conferences
- [11] ŠTIGLER, J. *Proceeding of the 31th Meeting of Fluid Dynamics and Thermodynamics Departments*, Mikulov, 2012
- [12] *How to make an electromagnet*, [online]. Poslední revize 3.5.2008 [cit. 2015-09-08]. Dostupné z: <<http://www.can-do.com/uci/lessons99/electro.html>>
- [13] MCKEON J. B., LI J. W. JINAG, J. MORRISON and A. SMITS. (2003) *Pitot probe correction in fully developed turbulent pipe flow*. Meas. Sci. Technol. 14, pp. 1449 – 1458
- [14] *Gas Dynamics Laboratory (Princeton University)*, [online]. Poslední revize 17.10.2002 [cit. 2016-01-23]. Dostupné z: <http://www.princeton.edu/~gasdyn/#superpipe_data>
- [15] JAAP M. J. DEN TOONDERN and F. T. M. NIEUWSTADT. (1997) *Reynolds number effects in a turbulent pipe flow for low to moderate Re*. Physics Fluids [S1070-6631(97)03711-2]
- [16] JAAP. M. J. DEN TOONDER. (1995) *Drag reduction by polymer additives in a turbulent pipe flow: laboratory and numerical experiments*. PhD thesis Delft University of Technology
- [17] ŠTIGLER, J. *Contribution to Investigation of Turbulent Mean-Flow Velocity Profile in Pipe of Circular Cross-Section*, SKMTaT, Bratislava, 2016
- [18] ŠTIGLER, J. *Contribution to Investigation of Turbulent Mean-Flow Velocity Profile in Pipe of Circular Cross-Section*, SKMTaT, Bratislava, 2016

ŽIVOTOPIS

Jméno: Lubomír Soukup
Datum a místo narození: 7.10.1985, Znojmo, Česká republika

Vzdělání:

2012 – 2016	<i>Denní doktorské studium</i> - obor Konstrukční a procesní inženýrství, VUT Brno, Fakulta strojního inženýrství, Technická 2
2010 – 2012	<i>Magisterský stupeň</i> - studium oboru Fluidní inženýrství, VUT Brno, Fakulta strojního inženýrství, Technická 2
2006 – 2010	<i>Bakalářský stupeň</i> - studium oboru Matematické inženýrství v aplikovaných vědách, VUT Brno, Fakulta strojního inženýrství, Technická 2
2004 – 2006	<i>Maturita</i> - Podnikání v technických povoláních, SOŠ Technická Uhelná, Znojmo
2001 – 2004	<i>Učební obor</i> - truhlář, SOU a SOŠ Přímětická, Znojmo

Zahraniční stáže:

září 2014 – květen 2015	<i>Zahraniční program Erasmus+</i> v rámci doktorského studia, odbor výpočetních simulací, Montanuniversität Leoben, Franz-Josef-Straße 18, Leoben, Rakousko
červenec 2011 – září 2011	<i>Pracovně studijní pobyt</i> - studium anglického jazyka v soukromé škole, Bournemouth, Anglie
červen 2008 – září 2008	<i>Pracovně studijní pobyt</i> - studium anglického jazyka v soukromé škole, Bournemouth, Anglie

Pracovní zkušenosti:

2012 – 2016	Vědecko-výzkumná činnost pro VUT, VUT Brno, Fakulta strojního inženýrství, Technická 2896/2, Brno, 616 69
-------------	---

ABSTRAKT

Dizertační práce se zabývá analýzou proudění v potrubí kruhového i nekruhového průřezu pomocí metody rozložení hustoty vířivosti po průřezu. Tato analýza je zaměřena zejména na odvození nových rychlostních profilů pomocí zmíněné metody. Práce přináší historický přehled již odvozených rychlostních profilů. Tento přehled rychlostních profilů bude sloužit jako srovnávací měřítko pro nově odvozené rychlostní profily. Odvození nových rychlostních profilů je provedeno pro potrubí kruhových i nekruhových průřezů, přičemž toto odvození je založeno na analogii elektromagnetické indukce pomocí Biot-Savartova zákona. Zmíněnou analogii je nutné nejprve aplikovat na osamocené vírové vlákno. Tímto způsobem lze získat hodnotu indukované rychlosti od jednoho vírového vlákna. Následně je možné získat hodnotu indukované rychlosti od stěny vírových vláken a poté od rozložení hustoty vířivosti po průřezu. Práce dále obsahuje výsledky z experimentálních měření rychlostních profilů a z CFD simulací. Experimentálně naměřené výsledky jsou mimo jiné využity k výběru nejvhodnějšího CFD výpočetního modelu. Vybraný CFD model bude následně prohlášen za referenční, přičemž rychlostní profily platné pro tento model budou sloužit společně s experimentálně naměřenými daty jako srovnávací kritérium pro nově odvozené rychlostní profily.

ABSTRACT

The doctoral thesis deals with the analysis of the flow in the circular and not circular cross-section pipes by methods using the distribution of the vorticity density. This analysis is particularly focused on the derivation of the new velocity profiles formulas using the above mentioned method. In this work is presented a historical overview of the derived velocity profiles. This overview of already derived velocity profiles will be a fundamental benchmark for newly derived velocity profiles. These new velocity profiles are derived for the circular and not circular cross-section pipes and the derivation is based on the analogy of electromagnetic induction by using Biot-Savart law. It is necessary to apply this analogy at first on solitary vortex filament. By taking this step is possible to get the value of the induced velocity from one solitary vortex filament. Subsequently it is possible to obtain the value of the induced velocity from the vorticity wall and afterwards from the vorticity density distribution over the cross section. This work contains also the results of the experimental measurements of the velocity profiles, and of the CFD simulations. Experimentally measured results are used besides other for the selecting of the most suitable CFD computational model. Selected CFD model will be subsequently declared as a reference model and the valid velocity profiles for this model will serve with the experimentally measured data as a benchmark for the newly derived velocity profiles.